



TESIS SS14-2501

**PARAMETER ESTIMATION AND HYPOTHESIS
TESTING OF GEOGRAPHICALLY WEIGHTED
*BIVARIATE GENERALIZED POISSON REGRESSION***

(Case Study : Number of Infant Mortality dan Maternal Mortality in East Java 2013)

DEWI INDRA SETIAWAN
NRP. 1315201030

SUPERVISOR
Dr. Purhadi, M.Sc
Dr. Sutikno, S.Si, M.Si

MAGISTER PROGRAM
STATISTICS DEPARTEMENT
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES
SEPULUH NOPEMBER INSTITUTE OF TECHNOLOGY
SURABAYA
2017

**PENAKSIRAN PARAMETER DAN PENGUJIAN HIPOTESIS
PADA *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED BIVARIATE
GENERALIZED POISSON REGRESSION***
**(Studi Kasus: Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di
Provinsi Jawa Timur Tahun 2013)**

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Magister Sains (M.Si)
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Oleh:

**DEWI INDRA SETIAWAN
NRP. 1315 201 030**

Tanggal Ujian : 11 Januari 2017
Periode Wisuda : Maret 2017

Disetujui oleh:

1. Dr. Purnadi, M.Sc
NIP. 19620204 198701 1 001

(Pembimbing I)

2. Dr. Sutikno, M.Si
NIP. 19710313 199702 1 001

(Pembimbing II)

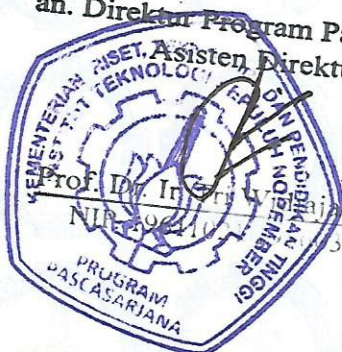
3. Dr. Bambang Widjanarko Otok, M.Si
NIP. 19681124 199412 1 001

(Penguji)

4. Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si
NIP. 19650603 198903 1 003

(Penguji)

an. Direktur Program Pascasarjana
Asisten Direktur



Prof. Dr. Ir. Djauhar M.Eng.
NIP. 19601202 198701 1 001

Direktur Program Pasca Sarjana,

Prof. Ir. Djauhar Manfaat, M.Sc., Ph.D
NIP.19601202 198701 1 001

PENAKSIRAN PARAMETER DAN PENGUJIAN HIPOTESIS PADA GEOGRAPHICALLY WEIGHTED BIVARIATE GENERALIZED POISSON REGRESSION

**(Studi Kasus : Jumlah Kematian Bayi dan Kematian Ibu
di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013)**

Nama Mahasiswa : Dewi Indra Setiawan

NRP : 1315201030

Dosen Pembimbing : Dr. Purhadi, M.Sc

Dr. Sutikno, S.Si, M.Si

ABSTRAK

Regresi poisson merupakan salah satu analisis regresi non linier yang variabel responnya mengikuti distribusi poisson. Pemodelan regresi poisson diperuntukkan hanya pada satu variabel respon disebut regresi univariat poisson, sedangkan pemodelan regresi poisson yang diperuntukkan pada dua variabel respon disebut regresi bivariat poisson. Model regresi poisson, baik regresi univariat poisson dan regresi bivariat poisson, memiliki asumsi spesifik, yaitu kesamaan antara rata-rata dan varians atau dikenal dengan istilah ekuidispersi. Apabila asumsi ini tidak terpenuhi akan menghasilkan kesimpulan yang tidak valid. Pelanggaran asumsi terjadi jika nilai rata-rata lebih besar daripada nilai varians (overdispersi). Regresi generalized poisson merupakan salah satu alternatif untuk mengatasi kasus overdispersi pada regresi Poisson. *Bivariate Generalized Poisson Regression* adalah pengembangan regresi bivariat poisson pada data yang mengalami kasus overdispersi. Pemodelan ini menghasilkan taksiran parameter yang bersifat global untuk seluruh lokasi (daerah). Adanya pengaruh lokasi yang merupakan faktor penting terhadap pemodelan apabila dilakukan di setiap daerah yang berbeda-beda.

Geographically Weighted Bivariat Generalized Poisson (GWBGPR) adalah regresi bivariat generalized poisson yang mempertimbangkan efek spasial dimana data tersebut diambil. Kematian bayi dan kematian ibu merupakan dua hal yang saling terkait erat karena selama dalam kandungan ibu, janin sangat tergantung pada gizi yang dikonsumsi oleh ibunya. Analisis yang digunakan untuk memodelkan jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu serta faktor-faktor yang mempengaruhinya di tiap kab/kota di Jawa Timur adalah GWBGPR. Penaksiran parameter model GWBGPR menggunakan MLE dengan metode iterasi Newton Raphson dan pengujian hipotesis menggunakan MLRT. Metode GWBGPR menghasilkan parameter yang berbeda-beda pada setiap lokasi. Variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu adalah presentase persalinan oleh tenaga kesehatan, presentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 dan presentase wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah.

Kata Kunci : Overdispersi, Bivariat Generalized Poisson, GWBGPR, MLE, MLRT

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

PARAMETER ESTIMATION AND HYPOTHESIS TESTING OF GEOGRAPHICALLY WEIGHTED BIVARIATE GENERALIZED POISSON REGRESSION

(Case Study : Number of Infant Mortality and Maternal Mortality in East Java 2013)

Name : Dewi Indra Setiawan
NRP : 1315201030
Supervisor : Dr. Purhadi, M.Sc
Dr. Sutikno, S.Si, M.Si

ABSTRACT

Poisson Regression is one of the non-linear regression models in response variables follow the Poisson distribution. Poisson regression model that are appropriate for modeling one response called univariate poisson regression and poisson regression model that are appropriate for modeling paired count data exhibiting correlation called bivariate poisson regression model. Poisson regression model have a specific assumption, called equidispersion (equality of mean and variance), in practical applications and in “real” situations, this assumption is questionable since the variance can either be larger or smaller than the mean. If the variance is not equal to the mean, the estimation of poisson regression model are still consistent but inefficient, which leads to the invalidation of inference based on the estimated standard errors. Generalized poisson regression (GPR) has been found useful in fitting under-or overdispersed count data. Bivariate generalized poisson regression is a correlated bivariate version of the univariate generalized poisson regression. Parameter estimation of BGPR model produces a global model for each observation location. Interpretation of this global model assumes that each location has the same characteristics but in some cases each location has different characteristics. The characteristics of each region is very likely affect the number of events in the region as well as the incidence of the Poisson distribution. Bivariate Generalized Poisson Regression model that notice the presence of spatial effects in the data called Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression (GWBGPR). Infant mortality and maternal mortality are correlated at each other because during pregnancy, the fetus depends on the nutrient that is consumed by the mother.

GWBGPR method will be applied for modelling maternal mortality and infant mortality in east java at 2013. Parameter estimation of GWBGPR model were done by using Maximum Likelihood Estimation (MLE) [4]. The parameter estimation of GWBGPR model using MLE method are not closed form so that the estimation process will be continued using newton raphson iteration. GWBGPR method produce local models to each observation location. Predictor that affected significantly to all groups for infant mortality and maternal mortality are percentage of deliveries by skilled health personnel, the percentage of pregnant women receiving tablets Fe3 and the percentage of married women with elementary education

Keywords : Overdispersion, Bivariate Generalized Poisson, GWBGPR, MLE, MLRT

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	iii
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vii
KATA PENGANTAR.....	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR GAMBAR.....	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Masalah.....	5
1.4 Manfaat Penelitian	5
1.5 Batasan Masalah	6
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA.....	7
2.1 Distribusi Poisson	7
2.2.1 Distribusi Univariat Poisson.....	7
2.2.2 Distribusi Bivariate Poisson.....	8
2.2 Distribusi Generalized Poisson	9
2.3 Distribusi Bivariate Generalized Poisson	9
2.4 Pengujian Distribusi Bivariate Poisson	9
2.4 Regresi Univariat Poisson	10
2.4.1 Model Regresi Univariat Poisson.....	10
2.4.2 Penaksir Parameter Regresi Univariat Poisson	10
2.4.3 Pengujian Parameter Regresi Univariat Poisson.....	11
2.5 Regresi Bivariat Poisson.....	13

2.5.1 Model Regresi Bivariat Poisson.....	13
2.5.2 Penaksir Parameter Regresi Bivariat Poisson	13
2.5.3 Pengujian Parameter Regresi Bivariat Poisson.....	15
2.6 Regresi Generalized Poisson	17
2.6.1 Penaksir Parameter Generalized Poisson	17
2.6.2 Pengujian Hipotesis Generalized Poisson	17
2.7 Regresi Bivariat Generalized Poisson	18
2.7.1 Penaksir Parameter Bivariate Generalized Poisson	18
2.7.2 Pengujian Parameter Bivariate Generalized Poisson ..	22
2.8 GWBPR.....	23
2.8.1 Penaksir Parameter GWBPR	24
2.8.2 Pengujian Kebaikan Model GWBPR.....	25
2.8.3 Pengujian Parameter GWBPR	26
2.9 GWBGPR.....	27
2.10 Pemilihan Model Terbaik.....	27
2.11 Koefisien Korelasi	28
2.12 Multikolinieritas	29
2.13 Efek Spasial	30
2.13.1 <i>Spatial Heterogenity</i>	31
2.13.2 Matriks Pembobot Spasial	32
2.14 Angka Kematian Ibu dan Angka Kematian Bayi.....	33
2.14.1 Angka Kematian Ibu	33
2.14.2 Angka Kematian Bayi.....	34
2.14.3 Faktor-Fatktor yang Mempengaruhi AKI &AKB	37
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN.....	42
3.1 Sumber Data	42
3.2 Variabel Penelitian	42
3.3 Metode Analisis.....	44

BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN	49
4.1 Penaksiran Parameter GWBGPR	49
4.2 Pengujian Hipotesis Secara Serentak Parameter GWBGPR	60
4.3 Pemodelan Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Jawa Timur Tahun 2013	66
4.3.1 Deskripsi Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Jawa Timur Tahun 2013	66
4.3.2 Pemeriksaan Korelasi Variabel Respon	69
4.3.3 Pengujian Distribusi Bivariat Poisson	69
4.3.4 Pemeriksaan Multikolinieritas	70
4.3.5 Pemodelan Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Jawa Timur dengan BGPR	71
4.3.6 Pengujian Heterogenitas Spasial	72
4.3.7 Pemodelan Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Jawa Timur dengan GWBGPR	73
 BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN	 83
DAFTAR PUSTAKA	85
LAMPIRAN.....	89
BIOGRAFI PENULIS	125

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Variabel Penelitian.....	42
Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian	43
Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Variabel Respon	66
Tabel 4.2 Statistika Deskriptif Variabel Prediktor.....	68
Tabel 4.3 Nilai Koefisien Korelasi Variabel Prediktor.....	70
Tabel 4.4 Hasil Pemeriksaan Multikolinieritas.....	70
Tabel 4.5 Hasil Penaksiran Parameter BGPR.....	71
Tabel 4.6 Perbandingan Nilai Devians Model BGPR dan GWBGPR...	73
Tabel 4.7 Variabel yang Signifikan di Tiap Kab/Kota di Jawa Timur ..	73
Tabel 4.8 Pengelompokan Kab/Kota di Jawa Timur pada Kasus Jumlah Kematian Bayi	76
Tabel 4.9 Pengujian Parameter Model GWBGPR di Kabupaten Pacitan dengan Pembobot Adaptive Bisquare Kernel.....	77
Tabel 4.10 Perbandingan Nilai AIC.....	79
Tabel 4.10 Nilai SSE, MSE dan RMSE.....	80

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Model Konseptual Hubungan Kematian Bayi dan Kematian Ibu dengan Faktor-faktor yang Mempengaruhi di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013	37
Gambar 3.1 Peta Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Jawa Timur tahun 2013.....	41
Gambar 3.2 Langkah-langkah Menganalisis Faktor-faktor yang Berpengaruh Terhadap Jumlah Kematian Bayi dan Kematian Ibu	48
Gambar 4.1 Persebaran Jumlah Kematian Bayi di Jawa Timur Tahun 2013	67
Gambar 4.2 Persebaran Jumlah Kematian Ibu di Jawa Timur Tahun 2013.....	68
Gambar 4.3 Peta Pengelompokan Kab/Kota di Jawa Timur berdasarkan variabel yang signifikan pada kasus Jumlah Kematian Bayi.....	77

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Penurunan Fungsi Likelihood GWBGPR (dibawah populasi).....	87
Lampiran 2 Penurunan Fungsi Likelihood GWBGPR (dibawah H_0).....	96
Lampiran 3 Data Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Jawa Timur Tahun 2013	104
Lampiran 4 Statistika Deskriptif	105
Lampiran 5 Pengujian Korelasi dan Multikolinieritas	106
Lampiran 6 Syntax Pengujian Distribusi Bivariat Poisson	107
Lampiran 7 Syntax R untuk Penaksiran Parameter dan Pengujian Hipotesis BGPR	108
Lampiran 8 Syntax R untuk Pengujian Heterogenitas Spasial.....	109
Lampiran 9 Syntax R untuk Penghitungan Jarak.....	110
Lampiran 10 Jarak Euclidean Antar Lokasi.....	111
Lampiran 11 Syntax R untuk Penghitungan Pembobot	112
Lampiran 12 Matriks Pembobot Geografis.....	113
Lampiran 13 Syntax R untuk Pemodelan GWBGPR	114
Lampiran 14 Koefisien Parameter untuk Setiap Kab/Kota di Jawa Timur.....	115
Lampiran 15 Nilai Z Hitung untuk Setiap Kab/Kota di Jawa Timur.....	118
Lampiran 16 Nilai SSE, MSE dan RMSE BGPR dan GWBGPR	121
Lampiran 17 Scatterplot Variabel Respon dengan Variabel Prediktor.....	122

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Regresi poisson merupakan salah satu analisis regresi non linier yang variabel responnya mengikuti distribusi poisson. Variabel respon pada distribusi poisson diperoleh dari hitungan jumlah kejadian yang jarang terjadi dalam satuan waktu tertentu. Pemodelan regresi poisson yang diperuntukkan hanya pada satu variabel respon disebut regresi univariat poisson, sedangkan pemodelan regresi poisson yang diperuntukkan pada dua variabel respon disebut regresi bivariat poisson. Menurut Karlis dan Ntzoufras (2005) regresi bivariat poisson adalah regresi yang diperuntukkan untuk pemodelan saat terdapat sepasang data *count* (jumlah) yang menunjukkan nilai korelasi tinggi. Nilai korelasi yang tinggi ini menunjukkan hubungan yang erat antara variabel respon, sehingga variabel respon yang digunakan harus mengikuti distribusi bivariat poisson

Model regresi poisson, baik regresi univariat poisson dan regresi bivariat poisson, memiliki asumsi yang spesifik, yaitu kesamaan antara rata-rata dan varians atau dikenal dengan istilah ekuidispersi. Dalam prakteknya, asumsi ekuidispersi biasanya sulit untuk dipenuhi (Hilbe, 2011). Pelanggaran asumsi terjadi jika nilai varians lebih besar daripada nilai rata-rata (overdispersi) atau nilai varians kurang dari nilai rata-rata (underdispersi). Penanganan terhadap kasus underdispersi atau overdispersi pada regresi poisson dapat dilakukan dengan menggunakan *generalized poisson regression*. Famoye, Wulu, dan Singh (2004) mengaplikasikan model *generalized poisson regression* pada data kecelakaan automobile. Hasil penelitian tersebut menyimpulkan bahwa model *generalized poisson regression* lebih tepat menggambarkan data dibandingkan dengan model regresi poisson.

Bivariate Generalized Poisson Regression adalah pengembangan regresi bivariat poisson pada data yang mengalami kasus overdispersi atau underdispersi. Menurut Zamani, Faroughi dan Ismail (2013), *bivariate generalized poisson*

regression dapat digunakan baik pada data count bivariat yang memiliki korelasi positif, negatif, maupun tidak berkorelasi dan data count bivariat yang mengalami kasus underdispersi dan overdispersi. Penaksiran parameter *bivariate generalized poisson regression* dilakukan dengan menggunakan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE). Dalam hal ini hasil penaksiran parameter tidak eksplisit dan tidak dapat diselesaikan secara analitik sehingga untuk mendapatkan penaksir parameternya menggunakan metode iterasi Newton Raphson. Selanjutnya hasil taksiran parameter digunakan untuk membangun model *bivariate generalized poisson regression*. Model yang telah didapatkan akan dilakukan pengujian hipotesis dengan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT)

Pemodelan tentang *bivariate generalized poisson regression* telah dilakukan oleh Wardani (2016). Penelitian ini memodelkan jumlah kematian ibu dan bayi di kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur. Dari hasil yang diperoleh, variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu adalah presentase komplikasi kebidanan yang ditangani dan presentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun, sedangkan variabel yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian bayi adalah presentase persalinan oleh tenaga kesehatan, presentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3, presentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun dan presentase ibu hamil yang melaksanakan program K4.

Pemodelan *bivariate generalized poisson regression* menghasilkan model regresi yang bersifat global untuk seluruh lokasi pengamatan yang dianalisis. Interpretasi dari model yang bersifat global ini menganggap bahwa setiap lokasi memiliki karakteristik yang sama padahal dalam beberapa kasus tertentu setiap lokasi memiliki karakteristik yang berbeda-beda. Perbedaan karakteristik ini dipengaruhi oleh beberapa faktor seperti keadaan alam atau geografis, kebudayaan dan lain-lain. Karakteristik pada masing-masing wilayah sangat mungkin mempengaruhi jumlah kejadian pada wilayah tersebut seperti halnya kejadian yang berdistribusi poisson. Setiap wilayah memiliki sekumpulan data yang berbeda-beda antara wilayah yang satu dengan wilayah yang lainnya sehingga untuk mengatasi terjadinya keragaman tersebut dapat digunakan analisis data spasial.

Analisis terhadap data spasial memerlukan perhatian yang lebih dibandingkan dengan data nonspasial, khususnya ketika digunakan dalam analisis regresi. Regresi spasial merupakan hasil pengembangan dari metode regresi linier klasik. Pengembangan itu berdasarkan adanya pengaruh tempat atau spasial pada data yang dianalisis (Anselin, 1988). Pemodelan regresi spasial yang dilakukan terhadap dua variabel respon yang berupa data *count* dan memiliki korelasi serta bergantung pada karakteristik lokasi yang diamati menggunakan *Geographically Weihgted Bivariate Poisson Regression* (GWBPR). Thola (2015) memperkenalkan model *Geographically Weighted Bivariate Poisson Regression* (GWBPR) untuk memodelkan kasus kusta di Jawa Timur. Penaksiran parameter model ini menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan pengujian hipotesis menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT).

Pemodelan regresi spasial yang dilakukan terhadap dua variabel respon yang berupa data count yang berkorelasi dan mengalami kasus overdispersi serta bergantung pada karakteristik lokasi yang diamati menggunakan *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression* (GWBGPR). GWBGPR merupakan pengembangan dari *bivariate generalized poisson regression* yang memperhatikan pembobot yang berupa letak lintang dan letak bujur dari titik-titik pengamatan yang diamati. Pemodelan GWBGPR diaplikasikan pada data kasus jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi di Jawa Timur tahun 2013.

Angka kematian bayi dan kematian ibu merupakan salah satu indikator penting dalam menentukan tingkat kesehatan masyarakat. Keberhasilan pembangunan di suatu wilayah juga dapat dilihat dari angka kematian bayi (AKB) dan angka kematian ibu (AKI). Salah satu agenda yang harus dipenuhi dalam *Millenium Development Goals* (MDGs) adalah meningkatkan derajat kesehatan ibu dengan indikator turunnya Angka Kematian Ibu (AKI) hingga 102/100.000 KH dan menurunkan Angka Kematian Bayi (AKB) hingga 23/1000 KH pada tahun 2015. Adanya target penurunan AKI dan AKB yang dicantumkan dalam MDG's ini menunjukkan betapa pentingnya untuk menjadi perhatian kalangan pemerintah terhadap upaya-upaya penurunan AKI dan AKB. Provinsi Jawa Timur termasuk 10 besar daerah dengan AKI dan AKB tertinggi di Indonesia. Ironisnya,

daerah penyumbang angka kematian ibu terbanyak adalah kota Surabaya dengan 49 kasus kematian ibu (Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur, 2013).

Dalam upaya penurunan AKI dan AKB untuk mempercepat capaian MDGs, Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur telah membentuk Forum Penurunan Angka Kematian Ibu dan Bayi (PENAKIB) yang pada tahun 2012 telah memasuki babak baru dengan terbentuknya 3 (tiga) satuan tugas (satgas) yaitu Satgas Rujukan, Satgas Pelayanan Kesehatan Dasar (Yankesdas) serta Satgas Pemberdayaan Masyarakat. Di mana masing-masing satgas akan menelaah penyebab kematian ibu dan bayi dari 3 (tiga) aspek tersebut. Ketiga satgas tersebut akan membuat upaya yang akan dilakukan secara riil agar AKI dan AKB di Jawa Timur dapat terus menurun (Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur, 2013).

Beberapa penelitian yang mengembangkan kasus ini yaitu Winarno (2009) menganalisis AKB di Jawa Timur dengan pendekatan model regresi spasial. Hasil pengolahan didapatkan bahwa dari 7 variabel bebas, hanya 2 variabel saja yang signifikan yaitu persentase penolong persalinan oleh tenaga medis dan rata-rata lama pemberian ASI eksklusif. Sedangkan Aulele (2010) Model Geographically Weighted Poisson Regression Studi Kasus : Jumlah Kematian Bayi Di Provinsi Jawa Timur & Jawa Tengah Tahun 2007. Faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kematian bayi di Jawa Timur berdasarkan model GWPR dengan pembobot fungsi bisquare adalah persentase persalinan yang dilakukan dengan bantuan tenaga non medis, rata-rata usia perkawinan pertama wanita, rata-rata jumlah pengeluaran rumah tangga perkapita sebulan, rata-rata pemberian ASI eksklusif, persentase penduduk miskin, jumlah tenaga kesehatan dan jumlah sarana kesehatan.

Kematian ibu dan kematian bayi merupakan dua hal yang saling berkorelasi. Hal ini terjadi karena selama masa kandungan gizi yang diperoleh janin disalurkan dari tubuh ibu melalui plasenta sehingga kondisi ibu selama masa kehamilan akan berpengaruh pada janin dan bayi yang akan dilahirkannya kelak. Peran ibu juga sangat berpengaruh dalam merawat bayi mulai saat dilahirkan hingga berumur satu tahun. Data mengenai jumlah kematian bayi dan kematian ibu di Jawa Timur pada tahun 2013 juga diduga mengalami under/over dispersi.

Pada penelitian ini akan mengkaji tentang Penaksiran Parameter dan Pengujian Hipotesis *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression* pada kasus jumlah kematian bayi dan kematian ibu di Jawa Timur Tahun 2013. Hasil kajian diharapkan dapat menentukan faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian bayi dan kematian ibu di Provinsi Jawa Timur.

1.2 Rumusan Masalah

Bivariate Generalized Poisson Regression adalah pengembangan regresi bivariat poisson pada data yang mengalami kasus overdispersi. Pemodelan ini menghasilkan taksiran parameter yang bersifat global untuk seluruh lokasi (daerah). Adanya pengaruh lokasi yang merupakan faktor penting terhadap pemodelan apabila dilakukan di setiap daerah yang berbeda-beda. GWBGPR (*Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson*) adalah regresi bivariat generalized poisson yang mempertimbangkan efek spasial dimana data tersebut diambil. Kematian bayi dan kematian ibu merupakan dua hal yang saling terkait erat karena selama dalam kandungan ibu, janin bergantung pada gizi yang dikonsumsi oleh ibunya. Berdasarkan uraian diatas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah

1. Bagaimana mendapatkan penaksir parameter pada model GWBGPR?
2. Bagaimana statistik uji untuk pengujian serentak pada model GWBGPR?
3. Faktor-faktor apa saja yang berpengaruh terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Propinsi Jawa Timur tahun 2013 menggunakan model GWBGPR?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mendapatkan bentuk penaksir parameter pada model GWBGPR.
2. Mendapatkan bentuk statistik uji untuk pengujian serentak pada model GWBGPR.

3. Menentukan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi di Propinsi Jawa Timur tahun 2013 berdasarkan model GWBGPR.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Sebagai pengembangan keilmuan metode GWBGPR, khususnya mengenai penaksiran parameter dan statistik uji serta implementasinya dalam bidang kesehatan.
2. Memberikan informasi kepada instansi pemerintah khususnya Provinsi Jawa Timur untuk mengevaluasi upaya penurunan angka kematian ibu hamil dan bayi dan bermanfaat untuk pengembangan implementasi statistika dalam bidang kesehatan masyarakat dengan model *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression*.

1.5 Batasan Masalah

Adapun batasan permasalahan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Ruang lingkup penelitian dibatasi pada kasus jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013 yang merupakan Data Profil Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur Tahun 2013.
2. Penaksiran parameter menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan metode iterasi Newton Raphson dan penentuan statistik uji menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT)
3. Lamda nol yang digunakan pada penelitian ini merupakan kovarian konstan

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Regresi poisson merupakan salah satu analisis regresi non linier yang variabel responnya mengikuti distribusi poisson. Variabel respon pada distribusi poisson diperoleh dari hitungan jumlah kejadian yang jarang terjadi dalam satuan waktu tertentu. Pemodelan regresi poisson yang diperuntukkan hanya pada satu variabel respon disebut regresi univariat poisson, sedangkan pemodelan regresi poisson yang diperuntukkan pada dua variabel respon disebut regresi bivariat poisson. Menurut Karlis dan Ntzoufras (2005) regresi bivariat poisson adalah regresi yang diperuntukkan untuk pemodelan saat terdapat sepasang data *count* (jumlah) yang menunjukkan nilai korelasi tinggi. Nilai korelasi yang tinggi ini menunjukkan hubungan yang erat antara variabel respon, sehingga variabel respon yang digunakan harus mengikuti distribusi bivariat poisson

Model regresi poisson, baik regresi univariat poisson dan regresi bivariat poisson, memiliki asumsi yang spesifik, yaitu kesamaan antara rata-rata dan varians atau dikenal dengan istilah ekuidispersi. Dalam prakteknya, asumsi ekuidispersi biasanya sulit untuk dipenuhi (Hilbe, 2011). Pelanggaran asumsi terjadi jika nilai varians lebih besar daripada nilai rata-rata (overdispersi) atau nilai varians kurang dari nilai rata-rata (underdispersi). Penanganan terhadap kasus underdispersi atau overdispersi pada regresi poisson dapat dilakukan dengan menggunakan *generalized poisson regression*. Famoye, Wulu, dan Singh (2004) mengaplikasikan model *generalized poisson regression* pada data kecelakaan automobile. Hasil penelitian tersebut menyimpulkan bahwa model *generalized poisson regression* lebih tepat menggambarkan data dibandingkan dengan model regresi poisson.

Bivariate Generalized Poisson Regression adalah pengembangan regresi bivariat poisson pada data yang mengalami kasus overdispersi atau underdispersi. Menurut Zamani, Faroughi dan Ismail (2013), *bivariate generalized poisson*

regression dapat digunakan baik pada data count bivariat yang memiliki korelasi positif, negatif, maupun tidak berkorelasi dan data count bivariat yang mengalami kasus underdispersi dan overdispersi. Penaksiran parameter *bivariate generalized poisson regression* dilakukan dengan menggunakan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE). Dalam hal ini hasil penaksiran parameter tidak eksplisit dan tidak dapat diselesaikan secara analitik sehingga untuk mendapatkan penaksir parameternya menggunakan metode iterasi Newton Raphson. Selanjutnya hasil taksiran parameter digunakan untuk membangun model *bivariate generalized poisson regression*. Model yang telah didapatkan akan dilakukan pengujian hipotesis dengan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT)

Pemodelan tentang *bivariate generalized poisson regression* telah dilakukan oleh Wardani (2016). Penelitian ini memodelkan jumlah kematian ibu dan bayi di kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur. Dari hasil yang diperoleh, variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu adalah presentase komplikasi kebidanan yang ditangani dan presentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun, sedangkan variabel yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian bayi adalah presentase persalinan oleh tenaga kesehatan, presentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3, presentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun dan presentase ibu hamil yang melaksanakan program K4.

Pemodelan *bivariate generalized poisson regression* menghasilkan model regresi yang bersifat global untuk seluruh lokasi pengamatan yang dianalisis. Interpretasi dari model yang bersifat global ini menganggap bahwa setiap lokasi memiliki karakteristik yang sama padahal dalam beberapa kasus tertentu setiap lokasi memiliki karakteristik yang berbeda-beda. Perbedaan karakteristik ini dipengaruhi oleh beberapa faktor seperti keadaan alam atau geografis, kebudayaan dan lain-lain. Karakteristik pada masing-masing wilayah sangat mungkin mempengaruhi jumlah kejadian pada wilayah tersebut seperti halnya kejadian yang berdistribusi poisson. Setiap wilayah memiliki sekumpulan data yang berbeda-beda antara wilayah yang satu dengan wilayah yang lainnya sehingga untuk mengatasi terjadinya keragaman tersebut dapat digunakan analisis data spasial.

Analisis terhadap data spasial memerlukan perhatian yang lebih dibandingkan dengan data nonspasial, khususnya ketika digunakan dalam analisis regresi. Regresi spasial merupakan hasil pengembangan dari metode regresi linier klasik. Pengembangan itu berdasarkan adanya pengaruh tempat atau spasial pada data yang dianalisis (Anselin, 1988). Pemodelan regresi spasial yang dilakukan terhadap dua variabel respon yang berupa data *count* dan memiliki korelasi serta bergantung pada karakteristik lokasi yang diamati menggunakan *Geographically Weihgted Bivariate Poisson Regression* (GWBPR). Thola (2015) memperkenalkan model *Geographically Weighted Bivariate Poisson Regression* (GWBPR) untuk memodelkan kasus kusta di Jawa Timur. Penaksiran parameter model ini menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan pengujian hipotesis menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT).

Pemodelan regresi spasial yang dilakukan terhadap dua variabel respon yang berupa data count yang berkorelasi dan mengalami kasus overdispersi serta bergantung pada karakteristik lokasi yang diamati menggunakan *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression* (GWBGPR). GWBGPR merupakan pengembangan dari *bivariate generalized poisson regression* yang memperhatikan pembobot yang berupa letak lintang dan letak bujur dari titik-titik pengamatan yang diamati. Pemodelan GWBGPR diaplikasikan pada data kasus jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi di Jawa Timur tahun 2013.

Angka kematian bayi dan kematian ibu merupakan salah satu indikator penting dalam menentukan tingkat kesehatan masyarakat. Keberhasilan pembangunan di suatu wilayah juga dapat dilihat dari angka kematian bayi (AKB) dan angka kematian ibu (AKI). Salah satu agenda yang harus dipenuhi dalam *Millenium Development Goals* (MDGs) adalah meningkatkan derajat kesehatan ibu dengan indikator turunnya Angka Kematian Ibu (AKI) hingga 102/100.000 KH dan menurunkan Angka Kematian Bayi (AKB) hingga 23/1000 KH pada tahun 2015. Adanya target penurunan AKI dan AKB yang dicantumkan dalam MDG's ini menunjukkan betapa pentingnya untuk menjadi perhatian kalangan pemerintah terhadap upaya-upaya penurunan AKI dan AKB. Provinsi Jawa Timur termasuk 10 besar daerah dengan AKI dan AKB tertinggi di Indonesia. Ironisnya,

daerah penyumbang angka kematian ibu terbanyak adalah kota Surabaya dengan 49 kasus kematian ibu (Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur, 2013).

Dalam upaya penurunan AKI dan AKB untuk mempercepat capaian MDGs, Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur telah membentuk Forum Penurunan Angka Kematian Ibu dan Bayi (PENAKIB) yang pada tahun 2012 telah memasuki babak baru dengan terbentuknya 3 (tiga) satuan tugas (satgas) yaitu Satgas Rujukan, Satgas Pelayanan Kesehatan Dasar (Yankesdas) serta Satgas Pemberdayaan Masyarakat. Di mana masing-masing satgas akan menelaah penyebab kematian ibu dan bayi dari 3 (tiga) aspek tersebut. Ketiga satgas tersebut akan membuat upaya yang akan dilakukan secara riil agar AKI dan AKB di Jawa Timur dapat terus menurun (Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur, 2013).

Beberapa penelitian yang mengembangkan kasus ini yaitu Winarno (2009) menganalisis AKB di Jawa Timur dengan pendekatan model regresi spasial. Hasil pengolahan didapatkan bahwa dari 7 variabel bebas, hanya 2 variabel saja yang signifikan yaitu persentase penolong persalinan oleh tenaga medis dan rata-rata lama pemberian ASI eksklusif. Sedangkan Aulele (2010) Model Geographically Weighted Poisson Regression Studi Kasus : Jumlah Kematian Bayi Di Provinsi Jawa Timur & Jawa Tengah Tahun 2007. Faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kematian bayi di Jawa Timur berdasarkan model GWPR dengan pembobot fungsi bisquare adalah persentase persalinan yang dilakukan dengan bantuan tenaga non medis, rata-rata usia perkawinan pertama wanita, rata-rata jumlah pengeluaran rumah tangga perkapita sebulan, rata-rata pemberian ASI eksklusif, persentase penduduk miskin, jumlah tenaga kesehatan dan jumlah sarana kesehatan.

Kematian ibu dan kematian bayi merupakan dua hal yang saling berkorelasi. Hal ini terjadi karena selama masa kandungan gizi yang diperoleh janin disalurkan dari tubuh ibu melalui plasenta sehingga kondisi ibu selama masa kehamilan akan berpengaruh pada janin dan bayi yang akan dilahirkannya kelak. Peran ibu juga sangat berpengaruh dalam merawat bayi mulai saat dilahirkan hingga berumur satu tahun. Data mengenai jumlah kematian bayi dan kematian ibu di Jawa Timur pada tahun 2013 juga diduga mengalami under/over dispersi.

Pada penelitian ini akan mengkaji tentang Penaksiran Parameter dan Pengujian Hipotesis *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression* pada kasus jumlah kematian bayi dan kematian ibu di Jawa Timur Tahun 2013. Hasil kajian diharapkan dapat menentukan faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian bayi dan kematian ibu di Provinsi Jawa Timur.

1.2 Rumusan Masalah

Bivariate Generalized Poisson Regression adalah pengembangan regresi bivariat poisson pada data yang mengalami kasus overdispersi. Pemodelan ini menghasilkan taksiran parameter yang bersifat global untuk seluruh lokasi (daerah). Adanya pengaruh lokasi yang merupakan faktor penting terhadap pemodelan apabila dilakukan di setiap daerah yang berbeda-beda. GWBGPR (*Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson*) adalah regresi bivariat generalized poisson yang mempertimbangkan efek spasial dimana data tersebut diambil. Kematian bayi dan kematian ibu merupakan dua hal yang saling terkait erat karena selama dalam kandungan ibu, janin bergantung pada gizi yang dikonsumsi oleh ibunya. Berdasarkan uraian diatas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah

1. Bagaimana mendapatkan penaksir parameter pada model GWBGPR?
2. Bagaimana statistik uji untuk pengujian serentak pada model GWBGPR?
3. Faktor-faktor apa saja yang berpengaruh terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Propinsi Jawa Timur tahun 2013 menggunakan model GWBGPR?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mendapatkan bentuk penaksir parameter pada model GWBGPR.
2. Mendapatkan bentuk statistik uji untuk pengujian serentak pada model GWBGPR.

3. Menentukan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi di Propinsi Jawa Timur tahun 2013 berdasarkan model GWBGPR.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Sebagai pengembangan keilmuan metode GWBGPR, khususnya mengenai penaksiran parameter dan statistik uji serta implementasinya dalam bidang kesehatan.
2. Memberikan informasi kepada instansi pemerintah khususnya Provinsi Jawa Timur untuk mengevaluasi upaya penurunan angka kematian ibu hamil dan bayi dan bermanfaat untuk pengembangan implementasi statistika dalam bidang kesehatan masyarakat dengan model *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression*.

1.5 Batasan Masalah

Adapun batasan permasalahan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Ruang lingkup penelitian dibatasi pada kasus jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013 yang merupakan Data Profil Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur Tahun 2013.
2. Penaksiran parameter menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan metode iterasi Newton Raphson dan penentuan statistik uji menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT)
3. Lamda nol yang digunakan pada penelitian ini merupakan kovarian konstan

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Tinjauan pustaka terdiri dua bagian yaitu tinjauan statistika dan tinjauan non-statistika. Tinjauan statistika membahas tentang distribusi Poisson, distribusi Bivariat Poisson, distribusi Generalized Poisson, distribusi Bivariat Generalized Poisson, Regresi Poisson, Regresi Bivariat Poisson, Regresi Generalized Poisson, Regresi Bivariat Generalized Poisson, GWBPR, GWBGPR, Pemilihan Model Terbaik menggunakan nilai AIC, Korelasi, Multikolinieritas dan Efek spasial. Sedangkan tinjauan non-statistika membahas tentang faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu.

2.1 Distribusi Poisson

Distribusi Poisson merupakan suatu distribusi untuk peristiwa yang probabilitas kejadiannya kecil, dimana kejadian bergantung pada interval waktu tertentu atau di suatu daerah tertentu dengan hasil pengamatan berupa variabel diskrit dan antar variabel prediktor saling independen.

Distribusi poisson memberikan suatu model yang realistis untuk berbagai macam fenomena random selama nilai dari variabel random poisson adalah bilangan bulat yang tidak negatif. Banyak fenomena random untuk suatu *count* dari beberapa respon (variabel yang diteliti) merupakan suatu calon untuk pemodelan yang mengasumsikan distribusi poisson. Misalkan suatu *count* berupa jumlah kecelakaan lalu lintas tiap minggu, banyaknya bayi lahir mati per 1000 kelahiran, dan lain lain.

Beberapa karakteristik dari percobaan yang mengikuti distribusi poisson antara lain :

1. Kejadian yang terjadi pada populasi yang besar dengan probabilitas yang kecil
2. Kejadian bergantung pada interval waktu tertentu
3. Kejadian yang termasuk ke dalam *counting process*
4. Perulangan dari kejadian yang mengikuti sebaran distribusi binomial

2.1.1 Distribusi Univariat Poisson

Menurut Cameron dan Trivedi (2013) variabel random diskrit Y dikatakan berdistribusi poisson dengan parameter λ jika dan hanya jika fungsi probabilitasnya berbentuk seperti persamaan (2.1). Dimana λ adalah rata-rata suatu kejadian (y) yang bernilai lebih besar dari atau sama dengan nol.

$$f(y) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}, & y = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & y \text{ yang lain} \end{cases} \quad (2.1)$$

Nilai mean dan varians dari distribusi poisson adalah sebagai berikut

$$E(Y) = \lambda$$

$$Var(Y) = \lambda$$

2.1.2 Distribusi Bivariat Poisson

Misalkan variabel random Y_1 dan Y_2 sebagai berikut

$$Y_1 = X_1 + X_0$$

$$Y_2 = X_2 + X_0$$

dengan X_0, X_1, X_2 merupakan variabel random yang masing masing berdistribusi poisson dengan parameter $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$. Jika X_0 dan X_1 saling independen serta X_0 dan X_2 saling independen maka diperoleh :

$$E(Y_1) = \lambda_1 + \lambda_0$$

$$E(Y_2) = \lambda_2 + \lambda_0$$

Setelah diketahui nilai ekspektasi dari masing masing variabel random Y_1 dan Y_2 maka dapat diketahui pula $E(Y_1 Y_2)$ adalah sebagai berikut :

$$E(Y_1 Y_2) = (\lambda_1 + \lambda_0)(\lambda_2 + \lambda_0) + \lambda_0$$

Sehingga diperoleh nilai varians dan covarians adalah sebagai berikut

$$Var(Y_1) = (\lambda_1 + \lambda_0)$$

$$Var(Y_2) = (\lambda_2 + \lambda_0)$$

$$Cov(Y_1, Y_2) = \lambda_0$$

Dengan fungsi pembangkit momen bersama dari bivariat poisson Y_1, Y_2 adalah :

$$M_{(Y_1 Y_2)}(t_1, t_2) = E(e^{t_1 Y_1 + t_2 Y_2})$$

$$M_{(Y_1 Y_2)}(t_1, t_2) = E(e^{t_1(X_1 + X_0) + t_2(X_2 + X_0)})$$

$$M_{(Y_1 Y_2)}(t_1, t_2) = \exp\left(\lambda_1(e^{t_1} - 1) + \lambda_2(e^{t_2} - 1) + \lambda_0(e^{(t_1+t_2)} - 1)\right)$$

$$M_{(Y_1 Y_2)}(t_1, t_2) = \exp\left(-(\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2) + (\lambda_0 e^{(t_1+t_2)} + \lambda_1 e^{t_1} + \lambda_2 e^{t_2})\right)$$

Sehingga secara bersama sama variabel random Y_1 dan Y_2 berdistribusi bivariat poisson dengan fungsi probabilitas bersamanya berbentuk seperti pada persamaan (2.2)

$$f(y) = \begin{cases} e^{-(\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2)} \sum_{k=0}^s \frac{\lambda_1^{y_1-k} \lambda_2^{y_2-k} \lambda_0^k}{(y_1-k)!(y_2-k)!k!}; & y_1, y_2 = 0, 1, 2, \dots \\ 0; & y_1, y_2 \text{ yang lain} \end{cases} \quad (2.2)$$

dimana $s = \min(y_1, y_2)$ (Kawamura, 1973)

2.2 Distribusi Generalized Poisson

Menurut Ismail dan Jemain (2005), distribusi *Generalized Poisson* mempunyai fungsi kepadatan peluang :

$$f(y, \lambda, \alpha) = \left(\frac{\lambda}{1 + \alpha\lambda}\right)^y \frac{(1 + \alpha y)^{y-1}}{y!} \exp\left(\frac{-\lambda(1 + \alpha y)}{1 + \alpha\lambda}\right) \quad (2.3)$$

Mean dan varians distribusi generalized poisson adalah sebagai berikut

$$E(Y) = \lambda \text{ dan } Var(Y) = \lambda(1 + \alpha\lambda)^2$$

2.3 Distribusi Bivariate Generalized Poisson

Fungsi kepadatan peluang dari *Bivariate Generalized Poisson Distribution* adalah

$$f(y_1, y_2) = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_0 \exp\left\{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_0) - y_1 \alpha_1 - y_2 \alpha_2\right\} \sum_{k=0}^{\min(y_1, y_2)} \frac{1}{(y_1 - k)!(y_2 - k)!k!} \\ \left(\lambda_1 + (y_1 - k)\alpha_1\right)^{y_1-k-1} \left(\lambda_2 + (y_2 - k)\alpha_2\right)^{y_2-k-1} (\lambda_0 + k\alpha_0)^{k-1} \\ \exp\{k(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_0)\} \quad (2.4)$$

Mean dan Varians distribusi Bivariat Generalized Poisson adalah sebagai berikut

$$E(Y_1) = \lambda_1(1 - \alpha_1)^{-1} + \lambda_0(1 - \alpha_0)^{-1}$$

$$Var(Y_1) = \lambda_1(1 - \alpha_1)^2 + \lambda_0(1 - \alpha_0)^2$$

$$E(Y_2) = \lambda_2(1 - \alpha_2)^{-1} + \lambda_0(1 - \alpha_0)^{-1}$$

$$Var(Y_2) = \lambda_2(1 - \alpha_2)^2 + \lambda_0(1 - \alpha_0)^2 \text{ (Vernic, 1997)}$$

2.4 Pengujian Distribusi Bivariat Poisson

Pengujian distribusi bivariat poisson dilakukan untuk mengetahui apakah variabel respon (Y_1 dan Y_2) mengikuti distribusi bivariat poisson. Loukas dan Kemp's (1986) dalam Best (1999) melakukan pengujian distribusi bivariat poisson dengan pendekatan *index of dispersion test* (I_B). Hipotesis yang digunakan adalah

H_0 : Variabel respon (Y_1 dan Y_2) mengikuti distribusi bivariat poisson

H_1 : Variabel respon (Y_1 dan Y_2) tidak mengikuti distribusi bivariat poisson

Statistik uji yang digunakan adalah

$$I_B = \frac{n(\bar{Y}_2 S_{Y_1}^2 - 2m_{11}^2 + \bar{Y}_1 S_{Y_2}^2)}{(\bar{Y}_1 \bar{Y}_2 - m_{11}^2)} \quad (2.5)$$

dengan.

n = jumlah data pada variabel respon (Y_1 dan Y_2)

\bar{Y}_1 = nilai rata rata variabel respon (Y_1)

\bar{Y}_2 = nilai rata rata variabel respon (Y_2)

$$S_{Y_1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_{1i} - \bar{Y}_1)^2}{n} \text{ dan } S_{Y_2}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_{2i} - \bar{Y}_2)^2}{n}$$

$$m_{11} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_{1i} - \bar{Y}_1)(Y_{2i} - \bar{Y}_2)}{n}$$

Daerah penolakan H_0 adalah $|I_B| > \chi_{(\alpha; 2n-3)}^2$ (Best, 1999)

2.5 Regresi Univariat Poisson

Regresi poisson digambarkan dengan adanya hubungan antara variabel respon (Y) yang berdistribusi poisson dan terdapat satu atau lebih variabel prediktor (X) (Agresti, 1990). Regresi Poisson merupakan model regresi yang digunakan untuk menganalisis suatu data *count*. Regresi poisson mengacu pada penggunaan distribusi poisson.

2.5.1 Model Regresi Univariat Poisson

Model regresi poisson merupakan model standar data diskrit dan termasuk dalam regresi nonlinier. Menurut Cameron & Trivedi (1998) model regresi poisson ditulis seperti pada persamaan (2.6).

$$y_i \sim \text{Poisson}(\lambda_i)$$

$$\lambda_i = e^{\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}} \quad (2.6)$$

Dengan \mathbf{x} adalah vektor variabel prediktor yang dinotasikan sebagai berikut :

$$\mathbf{x}_i = [1 \quad x_{1i} \quad \dots \quad x_{ki}]^T$$

$\boldsymbol{\beta}$ adalah parameter regresi poisson yang dinotasikan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad \dots \quad \beta_k]^T$$

2.5.2 Penaksir Parameter Model Regresi Univariat Poisson

Penaksiran parameter model regresi poisson menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), yaitu dengan memaksimumkan nilai fungsi *likelihood*-nya. Fungsi *ln likelihood* dari distribusi poisson seperti pada persamaan (2.7).

$$\ln L(\boldsymbol{\beta}) = \ln \left(\prod_{i=1}^n \frac{e^{-\lambda_i} \lambda_i^{y_i}}{y_i!} \right)$$

$$= - \sum_{i=1}^n e^{\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}} + \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta} - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!) \quad (2.7)$$

Taksiran parameter regresi poisson dengan metode MLE dilambangkan dengan $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ yang didapat dari turunan pertama fungsi *ln likelihood*. Turunan pertama fungsi *ln likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}^T$ dan disamakan dengan nol seperti pada persamaan (2.8)

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} = - \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i e^{\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}} + \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}_i = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i e^{\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}} \quad (2.8)$$

Persamaan (2.8) tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga perlu digunakan prosedur iteratif, yaitu dengan menggunakan metode iterasi Newton-Rhapon untuk mencari solusi dari persamaan (2.8). Berikut ini adalah persamaan iterasi Newton-Rhapon.

$$\hat{\beta}_{(m+1)} = \hat{\beta}_{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\beta}_{(m)}) \mathbf{g}(\hat{\beta}_{(m)}) \quad (2.9)$$

Nilai $\hat{\beta}_{(m)}$ merupakan nilai taksiran parameter pada saat iterasi ke m , $\mathbf{g}(\hat{\beta}_{(m)})$ merupakan vektor gradien dengan parameter $\hat{\beta}_{(m)}$, dan $\mathbf{H}(\hat{\beta}_{(m)})$ adalah matriks Hessian dengan parameter $\hat{\beta}_{(m)}$. Taksiran awal parameter $\hat{\beta}_{(0)}$ menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\beta}_{(m+1)} - \hat{\beta}_{(m)}\| < \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ dan sangat kecil.

2.5.3 Pengujian Parameter Model Regresi Univariat Poisson

Pengujian parameter model regresi univariat poisson dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dengan hipotesis

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_l \neq 0, l=1,2,\dots,k$$

Himpunan parameter dibawah populasi adalah

$$\Omega = \{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k \mid -\infty < \beta_l < \infty; l = 1, 2, \dots, k\}$$

Himpunan parameter dibawah H_0 adalah

$$\omega = \{\beta_0 \mid -\infty < \beta_0 < \infty\}$$

$L_1(\hat{\Omega})$ adalah nilai maksimum *likelihood* untuk model lengkap dimana melibatkan variabel prediktor. $L_1(\hat{\omega})$ adalah nilai maksimum *likelihood* untuk model sederhana tanpa melibatkan prediktor. *Likelihood ratio test* dapat ditulis seperti persamaan (2.10).

$$D(\hat{\beta}) = -2(\ln L_1(\hat{\omega}) - \ln L_1(\hat{\Omega})) \quad (2.10)$$

dimana

$$L_1(\hat{\omega}) = \frac{n \exp\left(-\left(\exp(\hat{\beta}_0)\right)\right) \left(\prod_{i=1}^n \exp(\hat{\beta}_0)^{y_i}\right)}{\prod_{i=1}^n y_i!}$$

$$L_1(\hat{\Omega}) = \frac{\left(\exp\left(\sum_{i=1}^n \exp(\mathbf{x}_i \hat{\beta})\right)\right) \left(\prod_{i=1}^n \exp(\hat{\beta})^{y_i}\right)}{\prod_{i=1}^n y_i!}$$

sehingga diperoleh

$$D(\hat{\beta}) = 2 \sum_{i=1}^n \left(y_i \mathbf{x}_i^T \hat{\beta} - \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}) - y_i \hat{\beta}_0 + \exp(\hat{\beta}_0) \right) \quad (2.11)$$

$D(\hat{\beta})$ adalah devians dari model regresi univariat poisson. $D(\hat{\beta})$ mengikuti distribusi χ^2 dengan derajat bebas $(a-b)$. Dimana a adalah jumlah paramater dibawah populasi dan b adalah jumlah parameter dibawah H_0 . Daerah penolakan H_0 adalah $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(a-b)}$

Apabila keputusan pengujian secara serentak adalah tolak H_0 maka langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh yang signifikan terhadap model. Hipotesis yang digunakan adalah :

$$H_0 : \beta_l = 0$$

$$H_1 : \beta_l \neq 0 \quad l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah seperti persamaan berikut.

$$Z_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_l}{se(\hat{\beta}_l)}$$

$se(\hat{\beta}_l)$ merupakan standar error dari $\hat{\beta}_l$. Nilai $se(\hat{\beta}_l)$ merupakan akar dari elemen diagonal utama pada matriks $\widehat{var}(\hat{\beta})$. Matriks $\widehat{var}(\hat{\beta})$ disebut dengan matriks informasi fisher, dimana nilai $\widehat{var}(\hat{\beta}) = -(\mathbf{H}^{-1}(\hat{\beta}))$. Daerah penolakan H_0 adalah $|Z_{hitung}| > Z_{(\alpha/2)}$ dimana α adalah tingkat signifikansi yang digunakan.

2.6 Regresi Bivariat Poisson

Regresi bivariat poisson adalah metode yang digunakan untuk memodelkan sepasang *count data* berdistribusi poisson yang memiliki korelasi dengan beberapa variabel prediktor (Karlis & Ntzoufras, 2005). Variabel prediktor tersebut adalah variabel yang diduga sama-sama berpengaruh untuk kedua variabel respon.

2.6.1 Model Regresi Bivariat Poisson

Model regresi bivariat poisson menurut Karlis & Ntzoufras (2005) adalah seperti persamaan (2.12)

$$(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim PB(\lambda_{1i}, \lambda_{2i}, \lambda_0)$$

$$\lambda_{ij} + \lambda_0 = e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j}; j = 1, 2 \quad (2.12)$$

Dengan \mathbf{x} adalah vektor dari variabel prediktor yang dinotasikan sebagai berikut

$$\mathbf{x}_i = [1 \quad x_{1i} \quad \dots \quad x_{ki}]^T$$

$\boldsymbol{\beta}$ adalah parameter regresi poisson yang dinotasikan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\beta}_j = [\beta_{j0} \quad \beta_{j1} \quad \dots \quad \beta_{jk}]^T, j = 1, 2$$

2.6.2 Penaksir Parameter Model Regresi Bivariat Poisson

Penaksiran parameter regresi bivariat poisson dilakukan dengan menggunakan metode *Maksimum Likelihood Estimation* (MLE). Metode MLE yaitu dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*nya. Misalkan diberikan n sampel random dari variabel random

$$(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim PB(\lambda_{1i}, \lambda_{2i}, \lambda_0)$$

Fungsi *likelihood* menurut Jung dan Winkelman (1993) dapat ditulis seperti persamaan persamaan (2.13).

$$L(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \lambda_0) = \prod_{i=1}^n \left[e^{-(\lambda_0 + \lambda_{1i} + \lambda_{2i})} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\lambda_{1i}^{y_{1i}-k} \lambda_{2i}^{y_{2i}-k} \lambda_0^k}{(y_{1i}-k)!(y_{2i}-k)k!} \right] \quad (2.13)$$

Transformasi model regresi persamaan (2.12) ke dalam persamaan (2.13) maka diperoleh fungsi *likelihood* seperti pada persamaan (2.14)

$$L(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \lambda_0) = \prod_{i=1}^n \left[\exp\left(\lambda_0 - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \lambda_0\right) B_i \right] \quad (2.14)$$

dengan nilai B_i adalah

$$B_i = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1} - \lambda_0\right)^{y_{1i}-k} \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2} - \lambda_0\right)^{y_{2i}-k} \lambda_0^k}{(y_{1i}-k)!(y_{2i}-k)k!}$$

Fungsi \ln *likelihood* adalah sebagai berikut

$$\ln L(\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \lambda_0) = n\lambda_0 - \sum_{i=1}^n \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1) - \sum_{i=1}^n \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2) + \sum_{i=1}^n \ln B_i \quad (2.15)$$

Proses mendapatkan penaksir parameter dari model ini maka persamaan (2.15) diturunkan terhadap masing-masing parameternya kemudian di samakan dengan nol. Namun hasilnya tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga perlu digunakan prosedur iteratif. Dengan cara yang sama pada penaksiran parameter

model regresi bivariat poisson yaitu menggunakan iterasi numerik Newton Raphson dengan persamaan (2.16).

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}) \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}) \quad (2.16)$$

dimana :

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & \boldsymbol{\beta}_1^T & \boldsymbol{\beta}_2^T \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ln L(\cdot)}{\partial \lambda_0} & \frac{\partial \ln L(\cdot)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} & \frac{\partial \ln L(\cdot)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln L(\cdot)}{\partial \lambda_0^2} & \frac{\partial^2 \ln L(\cdot)}{\partial \lambda_0 \partial \boldsymbol{\beta}_1} & \frac{\partial^2 \ln L(\cdot)}{\partial \lambda_0 \partial \boldsymbol{\beta}_2} \\ & \frac{\partial^2 \ln L(\cdot)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T} & \frac{\partial^2 \ln L(\cdot)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} \\ \text{Simetris} & & \frac{\partial^2 \ln L(\cdot)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} \end{bmatrix}$$

Nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$ merupakan nilai taksiran parameter pada saat iterasi ke m , $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)})$ merupakan vektor gradien dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$, dan $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)})$ adalah matriks Hessian dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$. Taksiran awal parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)}$ menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}\| < \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ dan sangat kecil.

2.6.3 Pengujian Parameter Model Regresi Bivariat Poisson

Pengujian parameter model regresi bivariat poisson dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dengan hipotesis

$$H_0 : \beta_{j1} = \beta_{j2} = \dots = \beta_{jk} = 0; j=1,2$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_{jl} \neq 0; j=1,2; l=1,2,\dots,k$$

Himpunan parameter dibawah populasi adalah

$$\Omega = \{ \lambda_0, \beta_{j0}, \beta_{j1}, \dots, \beta_{jk}; j = 1, 2 \}$$

Himpunan parameter dibawah H_0 adalah

$$\omega = \{ \lambda_{\omega,0}, \beta_{j0}; j = 1, 2 \}$$

$L_2(\hat{\Omega})$ adalah nilai maksimum *likelihood* untuk model lengkap dimana melibatkan variabel prediktor. $L_2(\hat{\omega})$ adalah nilai maksimum *likelihood* untuk model

sederhana tanpa melibatkan prediktor. *Likelihood ratio test* dapat ditulis seperti persamaan (2.17).

$$D(\hat{\theta}) = -2 \left(\ln L_2(\hat{\omega}) - \ln L_2(\hat{\Omega}) \right) \quad (2.17)$$

sehingga diperoleh

$$D(\hat{\theta}) = 2 \left[\left(n\hat{\lambda}_0 - \sum_{i=1}^n \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_1) - \sum_{i=1}^n \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}_2) + \sum_{i=1}^n \ln \hat{B}_i \right) - \left(n\hat{\lambda}_{\omega,0} - \sum_{i=1}^n \exp(\hat{\beta}_{1,0}) - \sum_{i=1}^n \exp(\hat{\beta}_{2,0}) + \sum_{i=1}^n \ln \hat{B}_{i,0} \right) \right] \quad (2.18)$$

$D(\hat{\theta})$ adalah devians dari model regresi bivariat poisson. $D(\hat{\theta})$ mengikuti distribusi χ^2 dengan derajat bebas $(a-b)$. Dimana a adalah jumlah paramater dibawah populasi dan b adalah jumlah parameter dibawah H_0 . Daerah penolakan H_0 adalah $D(\hat{\theta}) > \chi^2_{(a;b)}$

Apabila keputusan pengujian secara serentak adalah tolak H_0 maka langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh yang signifikan terhadap model. Hipotesis yang digunakan adalah :

$$H_0 : \beta_{jl} = 0$$

$$H_1 : \beta_{jl} \neq 0 ; j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah seperti persamaan berikut.

$$Z_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_{jl}}{se(\hat{\beta}_{jl})}$$

$se(\hat{\beta}_{jl})$ merupakan standar error dari $\hat{\beta}_{jl}$. Daerah penolakan H_0 adalah

$$|Z_{hitung}| > Z_{(\alpha/2)}$$

2.7 Generalized Poisson Regression (GPR)

Model Generalized Poisson Regression (GPR) merupakan suatu model yang sesuai digunakan untuk data *count* dimana terjadi *over/under dispersion*. Sehingga selain parameter λ juga terdapat parameter α sebagai parameter dispersi. GPR hampir mirip dengan regresi poisson yaitu merupakan suatu model *Generalized*

Linear Model (GLM), akan tetapi pada model GPR mengasumsikan bahwa komponen randomnya berdistribusi Generalized Poisson (GP).

Pada model *Generalized Poisson Regression* apabila nilai $\alpha=1$ maka sama dengan model regresi poisson. Kondisi overdispersi pada data ditunjukkan dengan nilai $\alpha>1$, sedangkan kondisi underdispersi pada data ditunjukkan dengan nilai $\alpha<1$. Model GPR memiliki bentuk yang sama dengan model regresi poisson yaitu :

$$\ln(\lambda_i) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki}$$

$$\lambda_i = e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}$$

dimana :

$$\mathbf{x}_i = [1 \quad x_{1i} \quad \dots \quad x_{ki}]^T$$

$$\boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad \dots \quad \beta_k]^T$$

2.7.1 Penaksir Parameter *Generalized Poisson Regression*

Metode *Maximum Likelihood Estimation* digunakan untuk menduga parameter dalam *Generalized Poisson Regression* yaitu dengan cara memaksimalkan fungsi *likelihood* dari parameter (α, β) . Fungsi *likelihood* dari *Generalized Poisson Regression* adalah :

$$L(\alpha, \lambda_i) = \prod_{i=1}^n \left[\frac{\lambda_i}{1 + \alpha \lambda_i} \right]^{y_i} \frac{1 + \alpha y_i^{y_i-1}}{y_i!} \exp \frac{-\lambda_i (1 + \alpha y_i)}{1 + \alpha \lambda_i} \quad (2.19)$$

Fungsi \ln likelihood dari *Generalized Poisson Regression* adalah:

$$\ln L(\alpha, \lambda_i) = \sum_{i=1}^n y_i \ln \left[\frac{\lambda_i}{1 + \alpha \lambda_i} \right] + (y_i - 1) \ln(1 + \alpha y_i) - \ln(y_i!) - \frac{\lambda_i (1 + \alpha y_i)}{1 + \alpha \lambda_i} \quad (2.20)$$

Proses mendapatkan penaksir parameter dari model ini maka persamaan (2.20) diturunkan terhadap masing-masing parameternya kemudian di samakan dengan nol. Namun hasilnya tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga perlu digunakan prosedur iteratif. Dengan cara yang sama pada penaksiran parameter model GPR yaitu menggunakan iterasi numerik Newton Raphson dengan persamaan (2.21).

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{m+1} = \hat{\boldsymbol{\beta}}_m - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_m) \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_m) \quad (2.21)$$

Nilai $\hat{\beta}_{(m)}$ merupakan nilai taksiran parameter pada saat iterasi ke m , $\mathbf{g}(\hat{\beta}_{(m)})$ merupakan vektor gradien dengan parameter $\hat{\beta}_{(m)}$, dan $\mathbf{H}(\hat{\beta}_{(m)})$ adalah matriks Hessian dengan parameter $\hat{\beta}_{(m)}$. Taksiran awal parameter $\hat{\beta}_{(0)}$ menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\beta}_{(m+1)} - \hat{\beta}_{(m)}\| < \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ dan sangat kecil.

2.7.2 Pengujian Hipotesis *Generalized Poisson Regression*

Pengujian hipotesis *generalized poisson regression* dilakukan dengan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dengan hipotesis :

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_l \neq 0, l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$D(\hat{\beta}) = -2 \left(\ln L_1(\hat{\omega}) - \ln L_1(\hat{\Omega}) \right) \quad (2.22)$$

$D(\hat{\beta})$ adalah devians dari model regresi *generalized poisson*. $D(\hat{\beta})$ mengikuti distribusi χ^2 dengan derajat bebas $(a-b)$. Dimana a adalah jumlah parameter dibawah populasi dan b adalah jumlah parameter dibawah H_0 . Daerah penolakan H_0 adalah $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(a-b)}$

Apabila keputusan pengujian secara serentak adalah tolak H_0 maka langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh yang signifikan terhadap model. Hipotesis yang digunakan adalah :

$$H_0 : \beta_l = 0$$

$$H_1 : \beta_l \neq 0 \quad l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah seperti persamaan berikut.

$$Z_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_l}{se(\hat{\beta}_l)}$$

$se(\hat{\beta}_l)$ merupakan standar error dari $\hat{\beta}_l$. Nilai $se(\hat{\beta}_l)$ merupakan akar dari elemen diagonal ke $(j+1)$ pada matriks $\text{var}(\hat{\beta})$, dimana nilai $\text{var}(\hat{\beta}) = -(\mathbf{H}^{-1}(\hat{\beta}))$. Daerah penolakan H_0 adalah $|Z_{hitung}| > Z_{(\alpha/2)}$

2.8 Bivariate Generalized Poisson Regression

Bivariate Generalized Poisson Regression adalah pengembangan regresi bivariat poisson pada data yang mengalami kasus overdispersi atau underdispersi.

Jika $(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim GPB(\lambda_{1i}, \lambda_{2i}, \alpha_1, \alpha_2)$ maka model dari *Bivariate Generalized Poisson Regression* adalah

$$\ln(\lambda_{ji}) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j = \beta_{j0} + \beta_{j1}x_{1i} + \beta_{j2}x_{2i} + \dots + \beta_{jk}x_{ki}$$

$$\lambda_{ji} = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j) = \exp(\beta_{j0} + \beta_{j1}x_{1i} + \beta_{j2}x_{2i} + \dots + \beta_{jk}x_{ki})$$

di mana

$$\mathbf{x}_i = [1 \quad x_{1i} \quad x_{2i} \quad \dots \quad x_{ki}]^T$$

$$\boldsymbol{\beta}_j = [\beta_{j0} \quad \beta_{j1} \quad \beta_{j2} \quad \dots \quad \beta_{jk}]^T$$

$i = 1, 2, \dots, n$ merupakan banyak pengamatan

2.8.1 Penaksir Parameter Bivariate Generalized Poisson Regression

Penaksir parameter model bivariate generalized poisson regression dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Kemudian untuk mendapatkan estimasi parameter yang konvergen dilakukan iterasi dengan metode iterasi Newton Raphson

Penaksiran parameter regresi bivariat generalized poisson dilakukan dengan menggunakan metode *Maksimum Likelihood Estimation* (MLE). Metode MLE yaitu dengan memaksimumkan fungsi *likelihoodnya*. Fungsi *likelihood* dari Bivariate Generalized Poisson yaitu

$$L(\boldsymbol{\theta}) = L(\lambda_0, \lambda_{1i}, \lambda_{2i}, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_0) = \prod_{i=1}^n \lambda_0 \lambda_{1i} \lambda_{2i} \exp\{-(\lambda_0 + \lambda_{1i} + \lambda_{2i}) - y_{1i}\alpha_1 - y_{2i}\alpha_2\} \\ \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{(\lambda_{1i} + (y_{1i} - k)\alpha_1)^{y_{1i} - k - 1}}{(y_{1i} - k)!} \frac{(\lambda_{2i} + (y_{2i} - k)\alpha_2)^{y_{2i} - k - 1}}{(y_{2i} - k)!} \frac{(\lambda_0 + k\alpha_0)^{k-1}}{k!} \\ (\exp(k(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_0))) \quad (2.23)$$

Dengan melakukan transformasi $\lambda_{ji} + \lambda_0 = e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j}$, sehingga didapatkan fungsi *ln likelihood* sebagai berikut

$$\ln L(\dots) = \sum_{i=1}^n \ln \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\boldsymbol{\beta}}_1} - \lambda_0 \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\tilde{\boldsymbol{\beta}}_2} - \lambda_0 \right) - n\lambda_0 +$$

$$\sum_{i=1}^n \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\boldsymbol{\beta}}_1} - \lambda_0 \right) + \sum_{i=1}^n \left(e^{\tilde{\boldsymbol{\beta}}_2} - \lambda_0 \right) - \sum_{i=1}^n y_{1i}\alpha_1 - \sum_{i=1}^n y_{2i}\alpha_2 + \sum_{i=1}^n \ln W_i \quad (2.24)$$

dengan :

$$W_i = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} W_{1i} W_{2i}$$

$$W_{1i} = \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\boldsymbol{\beta}}_1} - \lambda_0 \right) + (y_{1i} - k) \right)^{y_{1i} - k - 1}}{(y_{1i} - k)!} \left(\exp k (\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_0) \right) \text{ dan}$$

$$W_{2i} = \frac{\left(\left(e^{\tilde{\boldsymbol{\beta}}_2} - \lambda_0 \right) + (y_{2i} - k) \right)^{y_{2i} - k - 1}}{(y_{2i} - k)!} \frac{(\lambda_0 + k\alpha_0)^{k-1}}{k!}$$

Untuk mendapatkan taksiran parameter model BGPR, maka fungsi $\ln L(\dots)$ diturunkan terhadap masing-masing parameternya dan disamakan dengan nol.

$$\frac{\partial \ln L(\dots)}{\partial \lambda_0} = \frac{-n}{\lambda_0} - n - 2 + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left\{ \frac{-(y_{1i} - k - 1)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\boldsymbol{\beta}}_1} - \lambda_0 \right) + (y_{1i} - k) \alpha_1 \right)} + \right.$$

$$\left. \left(\frac{-(y_{2i} - k - 1)}{\left(\left(e^{\tilde{\boldsymbol{\beta}}_2} - \lambda_0 \right) + (y_{2i} - k) \alpha_2 \right)} + \frac{k - 1}{(\lambda_0 + k\alpha_0)} \right) \right\} = 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \ln L(\dots)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{e^{\mathbf{x}\tilde{\boldsymbol{\beta}}_1}} \exp(\mathbf{x}\tilde{\boldsymbol{\beta}}_1) \mathbf{x}_i + \sum_{i=1}^n \exp(\tilde{\boldsymbol{\beta}}_1) \mathbf{x}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} (y_{1i} - k - 1)$$

$$\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\boldsymbol{\beta}}_1} - \lambda_0 \right) + (y_{1i} - k) \alpha_1 \right)^{y_{1i} - k - 1} \left(e^{\tilde{\boldsymbol{\beta}}_1} \right) \mathbf{x}_i = 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \ln L(\dots)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{e^{\tilde{\boldsymbol{\beta}}_2}} \left(\exp(\mathbf{x}\tilde{\boldsymbol{\beta}}_2) \mathbf{x}_i \right) + \left(\exp(\tilde{\boldsymbol{\beta}}_2) \mathbf{x}_i \right) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} (y_{2i} - k - 1)$$

$$\left(\left(e^{\tilde{\boldsymbol{\beta}}_2} - \lambda_0 \right) + (y_{2i} - k) \alpha_2 \right)^{y_{2i} - k - 1} \left(e^{\tilde{\boldsymbol{\beta}}_2} \right) \mathbf{x}_i = 0 \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \ln L(\dots)}{\partial \alpha_1} = - \sum_{i=1}^n y_{1i} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} ((y_{1i} - k - 1)(y_{1i} - k))$$

$$\left(\left(e^{\mathbf{x}\boldsymbol{\beta}_1} - \lambda_0 \right) + (y_{1i} - k) \alpha_1 \right)^{y_{1i} - k - 1} + 1 = 0 \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial \ln L(\dots)}{\partial \alpha_2} = - \sum_{i=1}^n y_{2i} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} (y_{2i} - k)(y_{2i} - k - 1) \left(\left(e^{\mathbf{x}\boldsymbol{\beta}_2} - \lambda_0 \right) + (y_{2i} - k) \alpha_2 \right)^{y_{2i} - k - 1} = 0 \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial \ln L(\dots)}{\partial \alpha_0} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left(-1 + \frac{k(k-1)}{(\lambda_0 + k\alpha_0)} \right) = 0 \quad (2.30)$$

Persamaan diatas tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga penyelesaiannya menggunakan iterasi Newton-Raphson.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}) \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}) \quad (2.29)$$

Dengan :

$$\boldsymbol{\theta} = [\lambda_0, \boldsymbol{\beta}_1^T, \boldsymbol{\beta}_2^T, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_0]^T$$

$$\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}) = \left(\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \lambda_0}, \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1}, \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2}, \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1}, \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2}, \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_0} \right)^T_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}}$$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}_{(m)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \lambda_0^2} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \lambda_0 \partial \boldsymbol{\beta}_1^T} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \lambda_0 \partial \boldsymbol{\beta}_2^T} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \lambda_0 \partial \alpha_1} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \lambda_0 \partial \alpha_2} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \lambda_0 \partial \alpha_0} \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T \partial \boldsymbol{\beta}_1} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T \partial \boldsymbol{\beta}_2} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T \partial \alpha_1} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T \partial \alpha_2} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T \partial \alpha_0} \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T \partial \boldsymbol{\beta}_2} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T \partial \alpha_1} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T \partial \alpha_2} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T \partial \alpha_0} \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_1^T} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_0} \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_2^T} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_0^T} \\ \text{simetris} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_0 \partial \alpha_0^T} \end{bmatrix}$$

Nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$ merupakan nilai taksiran parameter pada saat iterasi ke m , $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)})$ merupakan vektor gradien dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$, dan $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)})$ adalah matriks Hessian dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$. Taksiran awal parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)}$ menggunakan

metode *Ordinary Least Square* (OLS). Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\theta}_{(m+1)} - \hat{\theta}_{(m)}\| < \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ dan sangat kecil.

2.8.2 Pengujian Parameter Model Bivariate Generalized Poisson Regression

Pengujian parameter model bivariate generalized poisson regression dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dengan hipotesis

$$H_0 : \beta_{j1} = \beta_{j2} = \dots = \beta_{jk} = 0; j = 1, 2 \text{ dan } \alpha_1 = \alpha_2 = 0$$

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_{jl} \neq 0$; dengan $j=1,2$ dan $l=1,2,\dots,k$ dan ada salah satu $\alpha_j \neq 0; j = 1, 2$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$D(\hat{\beta}) = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) = 2 \left(\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega}) \right) \quad (2.39)$$

Daerah penolakan H_0 adalah $D(\beta) > \chi^2_{(\alpha, v)}$

Apabila keputusan pengujian secara serentak adalah tolak H_0 maka langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh yang signifikan terhadap model. Hipotesis yang digunakan adalah.

Parameter β

$$H_0 : \beta_{jl} = 0$$

$$H_1 : \beta_{jl} \neq 0 \text{ dengan } j = 1, 2 \text{ dan } l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$Z_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_{jl}}{se(\hat{\beta}_{jl})}$$

Nilai $se(\hat{\beta}_{jl}) = \sqrt{\widehat{\text{var}}(\hat{\beta}_{jl})}$ di mana nilai $\widehat{\text{var}}(\hat{\beta}_{jl})$ diperoleh dari elemen diagonal utama dari matriks varian kovarian dari persamaan berikut:

$$\text{Cov}(\hat{\theta}) = -\left(H^{-1}(\hat{\theta})\right)$$

Daerah penolakan H_0 adalah $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$ dengan α adalah taraf signifikansi

Parameter α

$$H_0 : \alpha_j = 0$$

$$H_1 : \alpha_j \neq 0 \text{ dengan } j = 1, 2$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$Z_{hitung} = \frac{\hat{\alpha}_j}{se(\hat{\alpha}_j)}$$

Nilai $se(\hat{\alpha}_j) = \sqrt{\widehat{var}(\hat{\alpha}_j)}$ di mana nilai $\widehat{var}(\hat{\alpha}_j)$ diperoleh dari elemen diagonal utama dari matriks varian kovarian dari persamaan berikut:

$$Cov(\hat{\theta}) = -\left(H^{-1}(\hat{\theta})\right)$$

Daerah penolakan H_0 adalah $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$ dengan α adalah taraf signifikansi.

2.9 Geographically Weighted Bivariate Poisson Regression (GWBPR)

Model GWBPR merupakan perluasan dari regresi poisson bivariat (BPR), dimana dalam penaksiran parameternya mempertimbangkan aspek spasial, yaitu dengan menggunakan matriks pembobot spasial. Bentuk persamaan model GWBPR adalah

$$(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim BP(\lambda_1(u_i, v_i), \lambda_2(u_i, v_i), \lambda_0(u_i, v_i))$$

$$(\lambda_{ji}(u_i, v_i) + \lambda_0(u_i, v_i)) = e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j^*}; j = 1, 2$$

Dimana

$$\mathbf{x}_i = [1 \quad x_{1i} \quad \dots \quad x_{ki}]^T$$

$$\boldsymbol{\beta}_j^* = \boldsymbol{\beta}_j(u_i, v_i) = [\beta_{j0}(u_i, v_i) \quad \beta_{j1}(u_i, v_i) \quad \dots \quad \beta_{jk}(u_i, v_i)]^T; j = 1, 2$$

2.9.1 Penaksir Parameter Model GWBPR

Penaksiran parameter $\lambda_0(u_i, v_i)$ atau λ_0^* dan $\boldsymbol{\beta}_j(u_i, v_i)$ atau $\boldsymbol{\beta}_j^*$ menggunakan metode MLE. Fungsi likelihood model GWBPR untuk seluruh lokasi adalah

$$L(\lambda_0^*; \boldsymbol{\beta}_1^*; \boldsymbol{\beta}_2^*) = \prod_{i=1}^n \left[\exp\left(\lambda_0^* - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1^*} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2^*}\right) B_i \right], i = 1, 2, \dots, n \quad (2.40)$$

dimana

$$B_i = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{\lambda_0^{k*}}{k!} \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1^*} - \lambda_0^*\right)^{y_{1i}-k} \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2^*} - \lambda_0^*\right)^{y_{2i}-k}}{(y_{1i}-k)!(y_{2i}-k)!}$$

Fungsi \ln *likelihood* untuk masing-masing lokasi dengan pembobot geografis adalah

$$Q^* = \sum_{i=1}^n \left(-\lambda_0^* - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_1^*} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_2^*} + \ln B_{i^*} \right) (w_{ii^*}) \quad (2.41)$$

dengan w_{ii^*} adalah pembobot geografis. Untuk mendapatkan taksiran parameter model GWBPR, maka fungsi Q^* diturunkan terhadap masing-masing parameternya dan disamakan dengan nol.

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} &= -\sum_{i^*=1}^n w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{k}{\lambda_0(u_i, v_i)} \frac{(y_{1i^*} - k)}{e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \boldsymbol{\beta}_1^*} - \lambda_0(u_i, v_i)} \frac{(y_{2i^*} - k)}{e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \boldsymbol{\beta}_2^*} - \lambda_0(u_i, v_i)} \right] w_{ii^*} = 0 \\ \frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} &= -\sum_{i^*=1}^n \mathbf{x}_{i^*}^T \boldsymbol{\beta}_1 \exp(\mathbf{x}_{i^*}^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{\mathbf{x}_{i^*}^T (\mathbf{y}_{1i^*} - k) \exp(\mathbf{x}_{i^*}^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i))}{\exp(\mathbf{x}_{i^*}^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)) - \lambda_0(u_i, v_i)} \right] w_{ii^*} = 0 \\ \frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} &= -\sum_{i^*=1}^n \mathbf{x}_{i^*}^T \boldsymbol{\beta}_2 \exp(\mathbf{x}_{i^*}^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{\mathbf{x}_{i^*}^T (\mathbf{y}_{2i^*} - k) \exp(\mathbf{x}_{i^*}^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i))}{\exp(\mathbf{x}_{i^*}^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)) - \lambda_0(u_i, v_i)} \right] w_{ii^*} = 0 \end{aligned}$$

Ketiga persamaan diatas tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga penyelesaiannya menggunakan iterasi Newton-Raphson.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)}^* = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^* - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*) \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*)$$

dimana

$$\boldsymbol{\theta}^* = \left[\lambda_0(u_i, v_i) \quad \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i, v_i) \quad \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i) \right]^T$$

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}^*) = \left[\frac{\partial \ln L(.)}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} \quad \frac{\partial \ln L(.)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i, v_i)} \quad \frac{\partial \ln L(.)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)} \right]^T$$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}^*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln L(.)}{\partial \lambda_0^2(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ln L(.)}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ln L(.)}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial^2 \ln L(.)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ln L(.)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ln L(.)}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)} \\ \text{Simetris} & & \end{bmatrix}$$

Nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*$ merupakan nilai taksiran parameter pada saat iterasi ke m, $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*)$ merupakan vektor gradien dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*$, dan $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*)$ adalah matriks Hessian dengan parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*$. Taksiran awal parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)}^*$ menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)}^* - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}^*\| < \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ dan sangat kecil.

2.9.2 Pengujian Kebaikan Model GWBPR

Pengujian dilakukan untuk membandingkan kesamaan antara regresi Poisson Bivariat (BPR) dan GWBPR. Hipotesis yang digunakan adalah

$$H_0 : \beta_{jl}(u_i, v_i) = \beta_{jl}; j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k; i = 1, 2, \dots, n$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{jl}(u_i, v_i) \neq \beta_{jl}$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$F_{hit} = \frac{D_0 / df_0}{D_1 / df_1} \quad (2.42)$$

dimana D_0 dan df_0 masing-masing adalah nilai D dan derajat bebas pada pengujian serentak model BPR, sedangkan D_1 dan df_1 adalah nilai D dan derajat bebas pada pengujian serentak model GWBPR. Daerah penolakan H_0 adalah $F_{hit} > F_{(df_0; df_1; \alpha)}$

2.9.3 Pengujian Parameter Model GWBPR

Pengujian parameter model GWBPR dilakukan dengan metode MLRT. Hipotesis yang digunakan adalah

$$H_0 : \beta_{j1}(u_i, v_i) = \beta_{j2}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{jl}(u_i, v_i) = 0; j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{jl}(u_i, v_i) \neq 0 \quad j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k; i = 1, 2, \dots, n$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$D(\hat{\theta}(u_i, v_i)) = -2 \ln \left[\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right] \quad (2.43)$$

Dengan :

$$\ln L(\hat{\Omega}) = \hat{\lambda}_0(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n \exp(\mathbf{x} \hat{\beta}_1(u_i, v_i)) - \sum_{i=1}^n \exp(\hat{\beta}_2(u_i, v_i)) + \sum_{i=1}^n \ln \hat{B}_i$$

dan

$$\ln L(\hat{\omega}) = \hat{\lambda}_{\omega,0}(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n \exp(\hat{\beta}_{1,0}(u_i, v_i)) - \sum_{i=1}^n \exp(\hat{\beta}_{2,0}(u_i, v_i)) + \sum_{i=1}^n \ln \hat{B}_{i,0}$$

$D(\hat{\theta}(u_i, v_i))$ adalah devians dari model GWBPR. $D(\hat{\theta}(u_i, v_i))$ mengikuti distribusi χ^2 dengan derajat bebas $(a-b)$. Dimana a adalah jumlah paramater

dibawah populasi dan b adalah jumlah parameter dibawah H_0 . Daerah penolakan H_0 adalah $D(\hat{\theta}(u_i, v_i)) > \chi^2_{(\alpha; a-b)}$

Apabila keputusan pengujian secara serentak adalah tolak H_0 maka langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian parameter secara parsial untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh yang signifikan terhadap model. Hipotesis yang digunakan adalah :

$$H_0 : \beta_{jl}(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1 : \beta_{jl}(u_i, v_i) \neq 0; \text{ dengan } j=1,2;l=1,2,\dots,k;i=1,2,\dots,n$$

Statistik uji yang digunakan adalah seperti persamaan berikut.

$$Z = \frac{\hat{\beta}_{jl}(u_i, v_i)}{se(\hat{\beta}_{jl}(u_i, v_i))}$$

Nilai $se(\hat{\beta}_{jl}(u_i, v_i)) = \sqrt{\widehat{Var}(\hat{\beta}_{jl}(u_i, v_i))}$ dimana nilai $\widehat{Var}(\hat{\beta}_{jl}(u_i, v_i))$ diperoleh dari elemen diagonal utama dari matriks varians dan covarian yang diperoleh dari persamaan berikut :

$$Cov(\hat{\theta}(u_i, v_i)) = -(\mathbf{H}^{-1}(\hat{\theta}(u_i, v_i)))$$

Daerah penolakan H_0 adalah $|Z| > Z_{\alpha/2}$ dengan α adalah taraf signifikansi. Untuk setiap lokasi akan dilakukan langkah yang sama, sehingga akan didapatkan nilai standar error dari setiap parameter untuk masing-masing lokasi ke-i.

2.10 Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression (GWBGPR)

Model GWBGPR merupakan pengembangan dari regresi bivariat generalized poisson (BGPR) dengan menggunakan pembobot geografis pada penaksiran parameternya. Bentuk persamaan GWBGPR adalah sebagai berikut.

$$\ln(\lambda_{jl}(u_i, v_i)) = \beta_{j0}(u_i, v_i) + \beta_{j1}(u_i, v_i)x_{1i} + \beta_{j2}(u_i, v_i)x_{2i} + \dots + \beta_{jk}(u_i, v_i)x_{ki}$$

atau

$$\lambda_{ji} = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j(u_i, v_i))$$

di mana

$$\mathbf{x}_i = [1 \quad x_{1i} \quad x_{2i} \quad \dots \quad x_{ki}]^T$$

$$\beta_j(u_i, v_i) = [\beta_{j0}(u_i, v_i) \quad \beta_{j1}(u_i, v_i) \quad \beta_{j2}(u_i, v_i) \quad \dots \quad \beta_{jk}(u_i, v_i)]^T; j = 1, 2$$

$i = 1, 2, \dots, n$ merupakan banyak pengamatan

Penaksiran parameter model dan pengujian parameter, dan penghitungan ukuran kebaikan model akan dibahas lebih lanjut pada bagian analisis dan pembahasan

2.11 Kriteria Kebaikan Model

Akaike Information Criterion (AIC) adalah kriteria kesesuaian model dalam menduga model secara statistik. Kriteria AIC digunakan apabila pemodelan regresi bertujuan untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang berpengaruh terhadap model.

Pemilihan model terbaik dari Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression menggunakan nilai AIC. Penghitungan nilai AIC untuk model regresi dengan multivariat respon adalah. (Johnson dan Wichern, 2007)

$$AIC = n \ln(|\hat{\Sigma}_d|) - 2jk \quad (2.44)$$

n = banyaknya pengamatan

$$\hat{\Sigma}_d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{\epsilon}_i^T \mathbf{\epsilon}_i$$

j = banyaknya variabel respon

k = banyaknya variabel prediktor

2.12 Koefisien Korelasi

Koefisien korelasi merupakan suatu indikator atau suatu nilai dalam hubungan linear antara dua variabel (Draper & Smith, 1992). Koefisien korelasi didefinisikan seperti pada persamaan (2.45)

$$r_{y_1, y_2} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{1i} - \bar{y}_1)(y_{2i} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (y_{1i} - \bar{y}_1)^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n (y_{2i} - \bar{y}_2)^2 \right)}} \quad (2.45)$$

Koefisien korelasi dapat menunjukkan dua hubungan, yaitu positif dan negatif. Nilai positif dan negatif ini dikarenakan nilai korelasi berkisar antara -1 hingga 1 atau dapat ditulis $-1 \leq r_{y_1, y_2} \leq 1$. Apabila nilai korelasi mendekati 1, baik itu positif maupun negatif hal tersebut berarti kedua variabel memiliki hubungan yang erat. Nilai korelasi 0 menunjukkan bahwa kedua variabel tidak memiliki hubungan erat

secara linier. Nilai korelasi yang positif menunjukkan adanya hubungan berbanding lurus pada dua variabel tersebut, sedangkan nilai korelasi yang negatif menunjukkan hubungan yang berbanding terbalik. Pengujian korelasi untuk variabel respon dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : tidak terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2

H_1 : terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2

Statistik uji yang digunakan pada pengujian ini adalah sebagai berikut.

$$t = \frac{r_{y_1, y_2} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1 - (r_{y_1, y_2})^2}} \quad (2.46)$$

Daerah penolakan H_0 adalah $|t_{hit}| > t_{(\alpha/2; (n-2))}$

2.13 Multikolinieritas

Multikolinieritas adalah suatu kondisi dimana variabel-variabel prediktor berkorelasi tinggi. Adanya kasus multikolinieritas dapat mengakibatkan hasil taksiran parameter menjadi tidak akurat. Hal ini dikarenakan *standar error* yang besar dari hasil taksiran parameter dengan signifikansi yang kecil, bahkan menjadi tidak signifikan pada pengujian individu namun sangat signifikan pada pengujian simultan.

Identifikasi masalah multikolinieritas dalam pemodelan regresi poisson juga sangat penting. Variabel prediktor yang berkorelasi tinggi dengan variabel prediktor lain mengakibatkan kedua variabel prediktor tersebut mempunyai nilai yang sebanding. Nilai yang sebanding ini menyebabkan matriks dari variabel prediktor tidak memiliki invers sehingga proses penaksiran dalam model regresi poisson tidak dapat dilakukan.

Menurut Gujarati (2004) salah satu cara mengidentifikasi adanya kasus multikolinieritas yaitu dengan melihat nilai *Variance-Inflating Factor* (VIF) yang lebih dari 10. Nilai VIF menunjukkan bagaimana variansi dari hasil taksiran parameter meningkat karena adanya multikolinieritas. Nilai VIF dirumuskan oleh persamaan (2.47)

$$VIF = \frac{1}{1 - R_i^2} \quad (2.47)$$

R_i^2 adalah koefisien determinasi antara x_i dengan variabel prediktor lainnya.

Masalah multikolinieritas juga dapat diatasi dengan beberapa cara, diantaranya yaitu dengan mengeluarkan variabel prediktor yang berkorelasi tinggi, melakukan transformasi data, menambah data, menggunakan regresi *ridge* atau dapat juga menggunakan *Principal Component Analysis* (PCA).

2.14 Efek Spasial

Pemodelan pada data spasial dapat dikelompokkan berdasarkan tipe data spasial yang digunakan yaitu spasial titik dan spasial area. Masing-masing tipe data spasial tersebut dapat dikelompokkan lagi berdasarkan jenis data yang digunakan yaitu *cross sectional* dan *time-series*. Pemodelan data spasial selalu melibatkan matriks pembobot spasial. Sedangkan efek spasial pada data dapat berupa *error* yang saling berkorelasi (dependensi spasial) maupun keragaman (heterogenitas) spasial antar lokasi

2.14.1 *Spatial Heterogeneity*

Dalam pemodelan data spasial sangat dimungkinkan adanya variasi secara kewilayahan yang disebut dengan heterogenitas spasial yang menunjukkan adanya keberagaman dalam hubungan secara kewilayahan. Hipotesis yang digunakan untuk melihat apakah terdapat heterogenitas spasial adalah sebagai berikut.

$H_0 : \Sigma_1 = \Sigma_2 = \dots = \Sigma_n = \Sigma$ (tidak terdapat heterogenitas spasial)

$H_1 : \text{minimal ada 1 } \Sigma_i \neq \Sigma ; i = 1, 2, \dots, n$ (terdapat heterogenitas spasial)

Pengujian hipotesis tersebut dapat dilakukan dengan metode glejser, yaitu melakukan uji serentak dari model regresi

$$\hat{\varepsilon}_{jl}^2 = \beta_{j0} + \beta_{j1}x_{1i} + \beta_{j2}x_{2i} + \dots + \beta_{jk}x_{ki} ; j = 1, 2 ; i = 1, 2, \dots, n$$

Formula hipotesis untuk uji glejser adalah

$$H_0 : \beta_{j1} = \beta_{j2} = \dots = \beta_{jk} = 0 ; j=1,2$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_{jl} \neq 0 ; j=1,2 \text{ dan } l=1,2,\dots,k$$

Statistik uji

$$G = - \left[n - k - 1 - \frac{1}{2}(j - k + 1) \right] \ln \left(\frac{|\hat{\Sigma}_{\Omega}|}{|\hat{\Sigma}_{\omega}|} \right) \sim \chi^2_{(\alpha, jk)}$$

Dimana Σ_{ω} adalah matriks varian kovarian dibawah H_0 dan Σ_{Ω} adalah matriks varian kovarian dibawah populasi (Johnson dan Wichern, 2007)

Daerah penolakan H_0 adalah $|G| > \chi^2_{(\alpha; Jk)}$

2.14.2 Matriks Pembobot Spasial

Pembobot memiliki peranan penting pada data spasial, karena nilai suatu pembobot merupakan perwakilan dari lokasi dimana masing-masing data diambil. Informasi mengenai suatu lokasi dapat direpresentasikan oleh sebuah titik koordinat, seperti Garis Lintang dan Garis Bujur. Berdasarkan informasi spasial tersebut dapat diperhitungkan jarak titik koordinat antar lokasi sehingga diharapkan kekuatan dari dependensi spasial akan menurun dengan adanya jarak tersebut. Lokasi yang berdekatan seharusnya menunjukkan hubungan kemiripan, begitu juga sebaliknya. Lokasi yang berjauhan juga memperlihatkan adanya keragaman spasial. Keragaman spasial antara lokasi yang satu dengan lokasi yang lain ditunjukkan dengan adanya matriks pembobot \mathbf{W} yang entri-entrinya merupakan fungsi dari jarak *Euclidian* antar lokasi. Pembentukan fungsi pembobot dari jarak *Euclidian* salah satunya dapat menggunakan fungsi kernel (*kernel function*). Fungsi pembobot \mathbf{W} yang digunakan merupakan fungsi kontinu dari jarak *Euclidian* karena parameter yang dihasilkan dapat berubah secara drastis ketika lokasi pengamatan berubah. Menurut Nakaya, dkk (2005) salah satu alternatif fungsi pembobot yang digunakan adalah fungsi *Adaptive Bisquare Kernel*. Fungsi kernel adaptif yaitu fungsi kernel yang memiliki *bandwidth* yang berbeda pada setiap lokasi pengamatan. Fungsi *Adaptive Bisquare Kernel* yaitu:

$$w_{ii^*} = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ii^*}}{h_i}\right)^2\right)^2 & \text{untuk } d_{ii^*} \leq h_i \\ 0 & \text{untuk } d_{ii^*} > h_i \end{cases}$$

dengan

$$d_{ii^*} = \sqrt{(u_i - u_{i^*})^2 + (v_i - v_{i^*})^2}$$

d_{ii^*} adalah jarak *Euclidian* antara lokasi ke- i dan lokasi ke- i^* . Sedangkan h_i adalah parameter penghalus atau yang disebut sebagai *bandwidth* dari lokasi ke- i . *Bandwidth* dapat dianalogikan sebagai radius suatu lingkaran, sehingga sebuah titik yang berada didalam radius lingkaran dianggap masih memiliki pengaruh. Penentuan *bandwidth* optimum juga memiliki peranan penting dalam pembentukan matriks pembobot. Besar kecilnya *bandwidth* yang digunakan akan berpengaruh pada ketepatan model yang berkaitan dengan variansi dan bias dari

penaksir yang dihasilkan. Oleh karena itu, *bandwidth* optimum diperlukan untuk mengatur besar kecilnya variansi dan bias tersebut (Nakaya, dkk, 2005). Pemilihan *bandwidth* optimum dapat dilakukan dengan metode *Generalized Cross Validation* (GCV). Metode GCV ini didefinisikan oleh persamaan (2.48)

$$\min \left\{ n \sum_{i=1}^n \frac{[\mathbf{Y}_i - \hat{\mathbf{Y}}_{\neq i}(h)]^T [\mathbf{Y}_i - \hat{\mathbf{Y}}_{\neq i}(h)]}{(n - v_1)^2} \right\} \quad (2.48)$$

Dengan

$\hat{\mathbf{Y}}_{\neq i}(h)$: nilai penaksir \mathbf{y}_i ketika pengamatan di lokasi (u_i, v_i) tidak diikutsertakan pada penaksiran

n = jumlah lokasi pengamatan

$v_1 = \text{Tr}(\mathbf{S})$

\mathbf{S} = matriks yang mewakili nilai estimasi GWBGPR

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \\ \mathbf{X}_2 (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{X}_n (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \end{pmatrix}$$

Proses untuk mendapatkan *bandwidth* yang meminimumkan nilai GCV bisa dilakukan dengan menggunakan teknik *golden section search* (Fotheringham, Brunson & Charlton, 2002), Proses tersebut dilakukan dengan cara mengevaluasi fungsi dengan tiga nilai yang berbeda, misalnya a, b, dan c, dimana $a < b < c$. a merupakan batas bawah nilai *bandwidth* yang mungkin dan c merupakan batas atas nilai *bandwidth* yang mungkin. Nilai a diperoleh dari nilai minimum d_{ii*} dan c diperoleh dari nilai maksimum d_{ii*} . Nilai fungsi yang dihasilkan pada tiga titik tersebut adalah $f(a)$, $f(b)$ dan $f(c)$, yang disebut sebagai triplet. Fungsi tersebut dievaluasi lagi pada suatu nilai baru d yang bisa ditentukan diantara a dan b atau diantara b dan c sehingga menghasilkan nilai fungsi baru, yaitu $f(d)$, kemudian buang salah satu nilai a atau c untuk membentuk triplet baru. Aturan yang digunakan pada teknik *golden section search* (Fotheringham, Brunson & Charlton, 2002) adalah

$$f(b) < f(d) : \text{triplet baru yang digunakan adalah } a < b < d$$

$f(b) > f(d)$: triplet baru yang digunakan adalah $b < d < c$

Proses tersebut berulang sampai dengan dua nilai $f(d)$ yang dihasilkan mendekati sama atau selisihnya lebih kecil daripada suatu nilai yang ditentukan, misalnya 1×10^{-6} atau sampai suatu nilai iterasi maksimum yang diperbolehkan.

2.15 Angka Kematian Ibu dan Angka Kematian Bayi

2.15.1 Angka Kematian Ibu (AKI)

Kematian ibu (*maternal death*) menurut definisi WHO adalah kematian selama kehamilan atau dalam periode 42 hari setelah berakhirnya kehamilan, yang disebabkan oleh kehamilan atau penanganannya, tetapi bukan disebabkan oleh kecelakaan atau cedera. Definisi kematian ibu secara eksplisit menjelaskan bahwa ruang lingkup kematian ibu sangatlah luas, yaitu tidak hanya kematian yang terjadi pada saat persalinan, tapi juga meliputi kematian ibu pada masa kehamilan dan nifas. Definisi tersebut memberikan dua kategori yang berbeda terhadap kematian ibu. Kategori pertama adalah kematian ibu yang diakibatkan oleh penyebab langsung, yaitu kematian akibat kehamilannya. Sedangkan kategori kedua yaitu kematian akibat penyebab tidak langsung, yaitu kematian bumil akibat penyakit yang dialaminya dan bukan merupakan akibat dari kehamilan dan persalinannya. Penyebab utama kematian ibu secara global yaitu pendarahan, hipertensi dalam kehamilan (HDK), infeksi, partus lama/macet dan abortus. Di Indonesia sendiri kematian ibu didominasi akibat pendarahan, hipertensi dalam kehamilan (HDK) dan infeksi. Penyakit yang merupakan penyebab tidak langsung kematian ibu meliputi Tuberkulosis, Anemia, Malaria, Penyakit Jantung dan lain-lain (Kemenkes RI, 2013).

Di Jawa Timur, capaian Angka Kematian Ibu (AKI) cenderung meningkat dalam 5 tahun terakhir, yaitu berkisar antara 7-11 point dengan data yang bersumber dari Laporan Kematian Ibu (LKI) Kabupaten/Kota. Capaian AKI dapat digambarkan sebagai berikut : pada tahun 2008 sebesar 83 per 100.000 kelahiran hidup (kh); tahun 2009 sebesar 90,7 per 100.000 kh; tahun 2010 sebesar 101,4 per 100.000 kh; tahun 2011 sebesar 104,3 per 100.000 kh; dan di tahun 2012 mencapai 97,43 per 100.000 kh. Capaian AKI Jawa Timur tahun 2012 keadaanya berada 5 point di bawah dari target MDGs tahun 2015 sebesar 102 per 100.000

kh. Keadaan ini memacu untuk terus menelaah penyebab kematian ibu agar arget MDGs dapat tercapai.

Dalam upaya penurunan AKI dan AKB untuk mempercepat capaian MDGS, Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur telah membentuk Forum PENAKIB (Penurunan Angka Kematian Ibu dan Bayi), yang pada tahun 2012 telah memasuki babak baru dengan terbentuknya 3 satuan tugas (satgas) yaitu Satgas Rujukan, Satgas Pelayanan Kesehatan Dasar (Yankesdas) serta Satgas Pemberdayaan Masyarakat. Di mana masing-masing satgas akan menelaah penyebab kematian ibu dan bayi dari 3 aspek tersebut. Pada tahun 2013, ketiga satgas tersebut akan mengupayakan secara riil agar Angka Kematian Ibu dan Angka Kematian Bayi di Jawa Timur dapat terus menurun.

2.15.2 Angka Kematian Bayi (AKB)

Kematian bayi adalah kematian yang terjadi saat setelah bayi lahir sampai bayi belum berusia tepat satu tahun. Kematian bayi dapat dibedakan menjadi dua yaitu kematian bayi endogen dan kematian bayi eksogen. Kematian bayi endogen adalah kematian bayi yang terjadi pada bulan pertama setelah dilahirkan dan sebagian besar disebabkan oleh faktor yang dibawa anak sejak lahir yang diperoleh dari orang tuanya pada saat konsepsi atau didapat selama bulan kehamilan. Kematian eksogen adalah kematian bayi yang terjadi setelah usia satu bulan sampai menjelang satu tahun yang disebabkan oleh faktor yang berhubungan dengan lingkungan luar. Indikator yang digunakan untuk kematian bayi adalah AKB. Pengertian AKB adalah angka kematian per 1000 kelahiran hidup yang terjadi pada bayi dengan usia kurang dari satu tahun atau dengan kata lain probabilitas bayi meninggal sebelum mencapai usia satu tahun yang dinyatakan per 1000 kelahiran hidup.

Penelitian tentang kematian bayi telah banyak dilakukan baik dalam negeri maupun luar negeri. Faktor-faktor dari kematian bayi eksogen yaitu keadaan social ekonomi, jumlah sarana medis, penolong pertama pada kelahiran dan jumlah air bersih (Puspitasari, 2012). Butz (1984) dalam studi tentang *Infant Mortality* di Malaysia mengungkapkan bahwa pemberian ASI eksklusif dapat menurunkan angka kematian bayi. Kematian bayi sangat dipengaruhi oleh kondisi kesehatan perumahan dan keadaan sosial ekonomi orang tua. Anak yang

berada dalam rumah tangga miskin umumnya memiliki angka kematian balita lebih dari dua kali lipat dari kematian balita di kelompok keluarga sejahtera.

Menurut Mosley & Chen (1984), faktor sosial ekonomi dan budaya merupakan faktor penentu morbiditas dan kematian bayi, namun pengaruh ini bersifat tidak langsung karena harus melalui mekanisme biologi tertentu (variabel antara) yang kemudian akan menimbulkan resiko morbiditas, kemudian bayi sakit dan apabila tidak sembuh maka bayi akan cacat atau meninggal. Dalam masalah ini morbiditas dan kematian bayi sebagai masalah pokok sedangkan sosial ekonomi dan budaya serta variabel-variabel antara sebagai faktor yang mempengaruhi kematian bayi.

Tinggi rendahnya kematian bayi sangat dipengaruhi oleh beberapa faktor, yaitu

1. Faktor individu, yaitu :

a. Tradisi persalinan dengan tenaga nonmedis

Kejadian komplikasi pada ibu dan bayi baru lahir sebagian besar terjadi pada masa sekitar persalinan sehingga pemeriksaan kesehatan pada saat hamil dan kehadiran serta pertolongan serta tenaga kesehatan yang terampil pada masa persalinan sangat penting.

b. Banyaknya wanita yang berumah tangga di bawah umur 18 tahun

Semakin banyak wanita berkeluarga yang belum cukup umur, maka semakin banyak bayi yang rentan terhadap segala penyakit dan gangguan lain karena ketidakpastian ibu

c. Kurangnya kesadaran akan pentingnya ASI

Bayi yang tidak diberi ASI lebih muda terserang penyakit daripada bayi yang diberi ASI, karena pemberian ASI pada bayi sangat berpengaruh dalam kekebalan terhadap penyakit.

d. Tingkat pendidikan wanita

Semakin tinggi tingkat pendidikan wanita maka kesadaran terhadap kesehatan semakin tinggi sehingga perawatan bayi akan semakin baik. Tingkat pendidikan ibu memiliki korelasi yang kuat dengan tingkat kematian anak. Studi di Peru menunjukkan bahwa pendidikan ibu secara signifikan dapat menurunkan kematian anak dan gizi buruk pada anak (Bappenas, 2009). Anak

yang dilahirkan dari ibu yang kurang berpendidikan memiliki angka kematian yang lebih tinggi daripada mereka yang lahir dari ibu yang berpendidikan. AKB pada anak dari ibu yang tidak berpendidikan adalah 73 per 1.000 kelahiran hidup, sedangkan AKB pada anak dari ibu yang berpendidikan menengah atau lebih tinggi adalah 24 per 1.000 kelahiran hidup selama kurun waktu 1998-2007

2. Faktor rumah tangga, pendapatan dan kekayaan, yaitu penduduk golongan sosial ekonomi menengah ke bawah memiliki keterbatasan biaya dalam mengupayakan kesehatan bayi mereka miliki
3. Faktor masyarakat, lingkungan dan sistem masyarakat, yaitu :
 - a. Jumlah tenaga kesehatan di suatu wilayah

Semakin banyak jumlah tenaga medis di suatu wilayah, maka penduduk setempat akan lebih mudah dalam mencari pertolongan kesehatan.

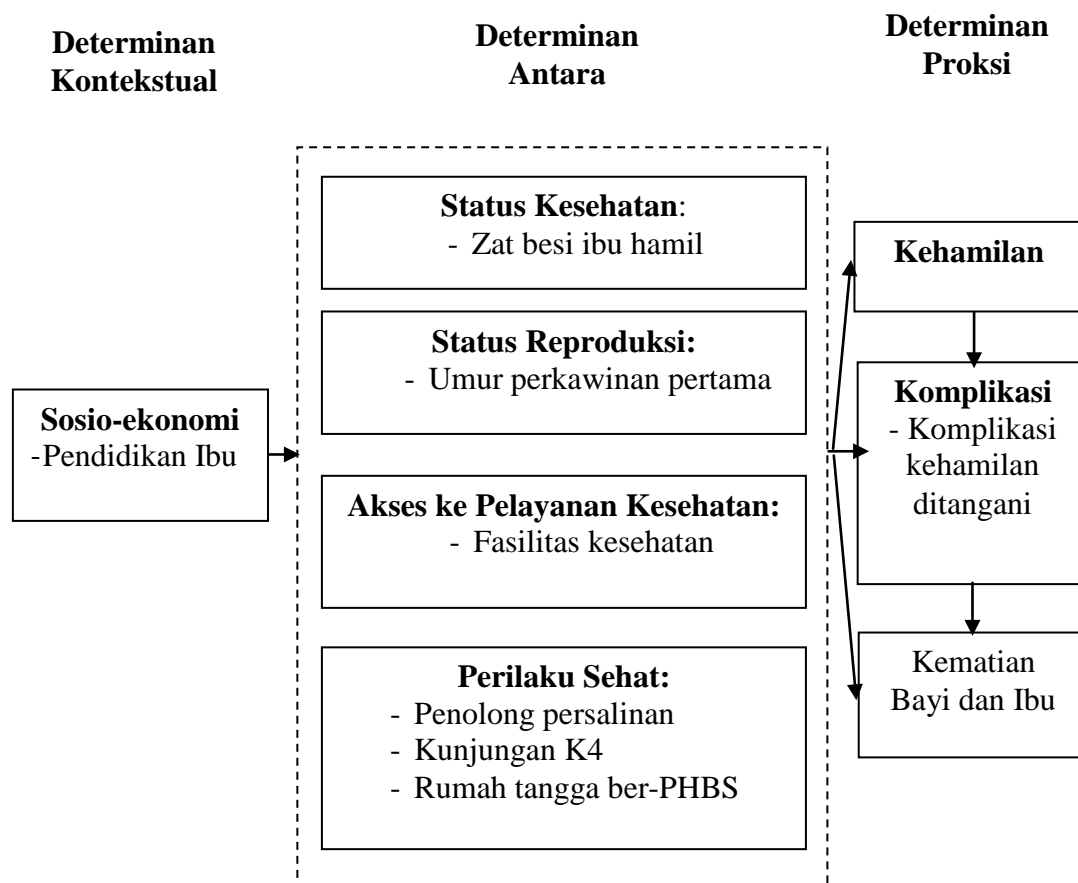
- b. Jumlah fasilitas kesehatan yang tersedia

Keberadaan fasilitas kesehatan yang cukup lengkap akan mempermudah masyarakat dalam memperoleh pelayanan kesehatan yang memadai.

Keadaan Angka Kematian Bayi (AKB) dan Angka Kematian Neonatal (AKN) yang diperoleh dari laporan rutin relatif sangat kecil, sehingga data AKB yang dikeluarkan oleh Badan Pusat Statistik (Provinsi Jawa Timur) diharapkan mendekati kondisi di lapangan. Berdasarkan data Survei Demografi dan Kesehatan Indonesia (SDKI), AKB tahun 2007 sebesar 35 per 1.000 kelahiran hidup (kh). Sedangkan menurut data BPS Provinsi Jawa Timur, AKB tahun 2009 sebesar 31,41 per 1.000 kh; tahun 2010 mencapai 29,99 per 1.000 kh; tahun 2011 mencapai 29,24 per 1.000 kh; dan di tahun 2012 penduga AKB telah mencapai 28,31 per 1.000 kh. Dalam kurun waktu 2 (dua) tahun ke depan, diharapkan mencapai target MDGs yaitu 23 per 1.000 kh pada tahun 2015. Untuk mencapai target MDGs, dukungan lintas program dan lintas sektor serta organisasi profesi yang terkait upaya peningkatan pelayanan kesehatan ibu dan bayi sangat diharapkan.

2.14.3 Faktor-Faktor yang Diduga Mempengaruhi Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Propinsi Jawa Timur

Kerangka konsep kematian bayi oleh Mosley dan Chen dan kematian ibu oleh McCarthy dan Maine. Thaddeus dan Maine menyajikan dasar bagi analisis lebih jauh mengenai hubungan antar variabel independen dan dependen dalam hal jumlah kematian bayi dan ibu di Provinsi Jawa Timur. Dalam penelitian ini dilakukan beberapa modifikasi terhadap model McCarthy dan Maine (1992) berikut ini.



Gambar 2.1 Modifikasi Model Konseptual McCarthy dan Maine (1992) pada Hubungan Jumlah Kematian Bayi dan Ibu dengan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013

Faktor-faktor yang diduga mempengaruhi jumlah kematian bayi dan kematian ibu di Provinsi Jawa Timur sebagai berikut:

1. Determinan Proksi yaitu komplikasi kehamilan resiko tinggi

Komplikasi kehamilan dan persalinan, merupakan penyebab langsung kematian ibu, yaitu perdarahan, infeksi, eklamsia, partus macet, dan ruptura uterus. Intervensi yang dilakukan untuk mengatasi komplikasi obstetri ini merupakan intervensi jangka pendek yang hasilnya dapat segera terlihat dalam bentuk penurunan AKI (Dinkes, 2013).

2. Determinan Antara

a. Ibu hamil mendapatkan tablet Fe³

Upaya pencegahan dan penanggulangan Anemia Gizi Besi dilaksanakan melalui pemberian Tablet Tambah Darah (TTD) yang diprioritaskan pada ibu hamil, karena prevalensi Anemia pada kelompok ini cukup tinggi. Di samping itu, kelompok ibu hamil merupakan kelompok rawan yang sangat berpotensi memberi kontribusi terhadap tingginya Angka Kematian Ibu (AKI). Mencegah Anemia Gizi pada ibu hamil dilakukan suplementasi TTD dengan dosis pemberian sehari sebanyak 1 (satu) tablet (60 mg Elemental Iron dan 0,25 mg Asam Folat) berturut-turut minimal 90 hari selama masa kehamilan (Dinkes, 2013). Peran tablet besi sangat penting selama kehamilan karena dapat membantu proses pembentukan sel darah merah sehingga mencegah anemia pada bumil. Bumil merupakan kelompok yang rentan akan masalah gizi terutama anemia akibat kekurangan zat besi (Fe). Hasil Survei Kesehatan Rumah Tangga (SKRT) di Indonesia menyatakan bahwa secara nasional prevalensi anemia bumil cukup tinggi yaitu 50,9%. Kekurangan zat besi (anemia defisiensi zat besi) selama hamil berdampak tidak baik bagi ibu maupun janin. Perdarahan yang banyak sewaktu melahirkan berefek lebih buruk pada bumil yang anemia.

b. Umur perkawinan pertama wanita di bawah 18 tahun

Usia perkawinan pertama bagi seorang wanita berpengaruh terhadap risiko kehamilan dan kelahiran anaknya. Semakin muda usia perkawinannya semakin besar risiko yang dihadapinya selama kehamilan dan kelahiran baik bagi ibu maupun anaknya. Anak yang dilahirkan oleh ibu yang terlalu muda cenderung memiliki risiko sakit dan meninggal lebih besar. Hal ini dapat terjadi karena belum matangnya rahim wanita

muda untuk proses berkembangnya janin dan melahirkan. Ada hubungan yang kuat antara pola fertilitas ibu dengan resiko kelangsungan hidup anak. Pada umumnya, bayi mempunyai probabilitas kematian yang lebih tinggi jika mereka dilahirkan oleh ibu yang terlalu muda dan terlalu tua.

c. Fasilitas kesehatan

Menurut Maine dan Thaddeus (1994) penyebab kematian tiga terlambat (terlambat mengambil keputusan, sehingga terlambat untuk mendapatkan penanganan, terlambat sampai ke tempat rujukan karena kendala transportasi, terlambat mendapat penanganan karena terbatasnya sarana dan sumber daya manusia) berkaitan dengan fasilitas layanan kesehatan. McCarthy dan Maine (1992) mengemukakan bahwa salah satu determinan kontekstual kematian ibu adalah status masyarakat yaitu ketersediaan pelayanan kesehatan. Disamping penolong persalinan, kematian ibu terkait erat dengan tempat/fasilitas persalinan. Persalinan di fasilitas kesehatan terbukti berkontribusi terhadap turunnya risiko kematian ibu (Dinkes, 2013).

d. Penolong persalinan oleh tenaga kesehatan

McCarthy dan Maine (1992) salah satu determinan kontekstual adalah perilaku sehat yaitu penolong persalinan. Persalinan yang ditolong tenaga kesehatan terbukti berkontribusi terhadap turunnya risiko kematian ibu (Dinkes, 2013).

e. Kunjungan Ibu Hamil K4

Ibu hamil yang mendapatkan pelayanan antenatal sesuai standar paling sedikit empat kali, dengan distribusi pemberian pelayanan yang dianjurkan adalah minimal satu kali pada triwulan pertama, satu kali pada triwulan kedua dan dua kali pada triwulan ketiga umur kehamilan. Pelayanan yang mencakup minimal : (1) Timbang badan dan ukur tinggi badan, (2) Ukur tekanan darah, (3) Nilai status gizi (ukur lengan lengan atas), (4) (ukur) tinggi fundus uteri, (5) Tentukan presentasi janin & denyut jantung janin(DJJ), (6) Skrining status imunisasi tetanus dan pemberian Tetanus Toksoid, (7) Pemberian tablet besi (90 tablet selama

kehamilan), (8) Test laboratorium sederhana (Hb, Protein Urine) dan atau berdasarkan indikasi (HbsAg, Sifilis, HIV, Malaria, TBC), (9) Tata laksana kasus, (10) Temu wicara (pemberian komunikasi interpersonal dan konseling (Dinkes, 2013).

f. Rumah Tangga ber PHBS (Perilaku Hidup Bersih dan Sehat)

Rumah tangga yang seluruh anggotanya berperilaku hidup bersih dan sehat, yang meliputi 10 indikator, yaitu pertolongan persalinan oleh tenaga kesehatan, bayi diberi ASI eksklusif, balita ditimbang setiap bulan, menggunakan air bersih, mencuci tangan dengan air bersih dan sabun, menggunakan jamban sehat, memberantas jentik di rumah sekali seminggu, makan sayur dan buah setiap hari, melakukan aktivitas fisik setiap hari, dan tidak merokok di dalam rumah (Dinkes, 2013).

3. Determinan Kontekstual yaitu pendidikan ibu

Tingkat pendidikan ibu dapat mempengaruhi kelangsungan hidup anak karena mempengaruhi pilihan dan kemampuan dalam pemeliharaan kesehatan terkait dengan kontrasepsi, gizi, kebersihan pencegahan penyakit dan perawatan anak saat sakit (Mosley dan Chen, 1984). Karakteristik rumah tangga yang meliputi pendapatan, faktor pendidikan dan sumber air bersih rumah tangga. Efek pendapatan/kekayaan akan berpengaruh pada pemilihan makanan, air, pakaian, rumah, pelayanan preventif, pengobatan penyakit dan informasi. Angka kematian dimasa kanak-kanak tergolong rendah pada masyarakat dengan tingkat kuintil kekayaan yang tinggi, namun sebaliknya angka kematian tinggi pada masyarakat dengan tingkat kuintil kekayaan yang rendah.

Tingkat pendapatan rumah tangga berkaitan dengan kesejahteraan dan kemiskinan. Tingkat pendapatan yang rendah menunjukkan pula tingkat pengeluaran yang rendah pula dan erat kaitannya dengan kemiskinan. Anak yang berada dalam rumah tangga miskin umumnya memiliki angka kematian balita lebih dari dua kali lipat dari kematian balita di kelompok kuintil paling sejahtera (Unicef Indonesia, 2012).

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder didapatkan dari Profil Kesehatan Provinsi Jawa Timur yang dikeluarkan Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur dan Publikasi hasil Survei Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) dari BPS Jawa Timur. Unit pengamatan sebanyak 38 unit pengamatan terdiri atas 29 kabupaten dan 9 kota, seperti disajikan pada Gambar 3.1. Pemilihan variabel prediktor berdasarkan buku pedoman KIA dan Four Pillars of Safe Motherhood (1996)



Gambar 3.1 Wilayah Administrasi Jawa Timur

3.2 Variabel Penelitian

Variabel penelitian yang digunakan dalam penelitian ini terdiri atas dua variabel respon (Y) dan lima variabel prediktor (X).

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan
Y_1	Jumlah kematian bayi
Y_2	Jumlah kematian ibu
X_1	Persentase persalinan oleh tenaga kesehatan
X_2	Persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3
X_3	Persentase komplikasi kebidanan yang ditangani
X_4	Persentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun
X_5	Persentase wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah

Sumber : Profil Kesehatan Propinsi Jawa Timur dan BPS Provinsi Jawa Timur Tahun 2013

Adapun definisi operasional variabel penelitian adalah

1. Jumlah kematian bayi adalah jumlah kematian yang terjadi pada bayi sebelum mencapai usia satu tahun di tiap kabupaten dan kota di Jawa Timur.
2. Jumlah kematian ibu adalah jumlah kematian perempuan pada saat hamil atau kematian dalam kurun waktu 42 hari sejak terminasi kehamilan tanpa memandang lama kehamilan atau tempat persalinan, yakni kematian yang disebabkan karena kehamilan atau pengelolaan, tetapi bukan karena sebab-sebab lain seperti: kecelakaan, terjatuh dan lain-lain di setiap kabupaten /kota di Jawa Timur.
3. Persentase persalinan oleh tenaga kesehatan adalah jumlah ibu bersalin yang ditolong oleh tenaga kesehatan yang memiliki kompetensi kebidanan (dokter kandungan dan kebidanan, dokter umum, dan bidan) di satu wilayah kerja pada kurun waktu tertentu dibagi dengan jumlah ibu bersalin di satu wilayah kerja pada kurun waktu yang sama dikali 100%.
4. Persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 adalah jumlah ibu hamil yang mendapat (90) tablet Fe3 selama periode kehamilannya pada wilayah dan

kurun waktu tertentu dibagi jumlah ibu hamil pada wilayah dan kurun waktu yang sama dikali 100%.

5. Persentase komplikasi kebidanan ditangani adalah jumlah ibu hamil, ibu bersalin dan ibu nifas dengan komplikasi yang ditangani oleh tenaga kesehatan dibagi 20% dari jumlah sasaran ibu hamil dalam 1 tahun dikali 100%.
6. Persentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun adalah jumlah wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun dibagi jumlah wanita kawin dikali 100%.
7. Persentase wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah adalah jumlah wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah dibagi jumlah wanita kawin dikali 100%.

Struktur data yang digunakan akan diuraikan pada Tabel 3.2 berikut ini.

Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian

Kab/Kota			Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
	u _i	v _i							
1	u ₁	v ₁	Y _{1.1}	Y _{1.2}	X _{1.1}	X _{2.1}	X _{1.3}	X _{1.4}	X _{1.5}
2	u ₂	v ₂	Y _{2.1}	Y _{2.2}	X _{2.1}	X _{2.2}	X _{2.3}	X _{2.4}	X _{2.5}
3	u ₃	v ₃	Y _{3.1}	Y _{3.2}	X _{1.3}	X _{3.2}	X _{3.3}	X _{3.4}	X _{3.5}
4	u ₄	v ₄	Y _{4.1}	Y _{4.2}	X _{1.4}	X _{4.2}	X _{4.3}	X _{4.4}	X _{4.5}
5	u ₅	v ₅	Y _{5.1}	Y _{5.2}	X _{1.5}	X _{5.2}	X _{5.3}	X _{5.4}	X _{5.5}
38	u ₃₈	v ₃₈	Y _{38.1}	Y _{38.2}	X _{1.38}	X _{38.2}	X _{38.3}	X _{38.4}	X _{38.5}

Variabel geografis yang menunjukkan lokasi masing-masing kabupaten/kota di Jawa Timur ditunjukkan oleh Garis Lintang Selatan (u_i) dan Garis Bujur Timur (v_i)

3.3 Metode Analisis

Langkah-langkah dalam analisis untuk setiap tujuan penelitian adalah sebagai berikut :

1. Langkah-langkah untuk mendapatkan penaksir parameter pada model GWBGPR adalah sebagai berikut :
 - a. Membentuk fungsi *likelihood* dari model GWBGPR yaitu

$$L(\lambda_0(u_i, v_i), \lambda_{1i}(u_i, v_i), \lambda_{2i}(u_i, v_i), \alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i)) =$$

$$\prod_{i^*=1}^n \lambda_0(u_i, v_i) \lambda_{1i^*}(u_i, v_i) \lambda_{2i^*}(u_i, v_i) \exp \left\{ - \left(\lambda_0(u_i, v_i) + \lambda_{1i^*}(u_i, v_i) + \lambda_{2i^*}(u_i, v_i) \right) - \right. \\ \left. y_{1i^*} \alpha_1(u_i, v_i) - y_{2i^*} \alpha_2(u_i, v_i) \right\} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{ \left(\lambda_{1i^*}(u_i, v_i) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i^*} - k - 1} }{ (y_{1i^*} - k)! } \\ \frac{ \left(\lambda_{2i^*}(u_i, v_i) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{2i^*} - k - 1} \left(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i) \right)^{k-1} }{ (y_{2i^*} - k)! k! } \\ \left(\exp \left(k \left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i) \right) \right) \right)$$

b. Melakukan transformasi bentuk persamaan $\lambda_{ji}(u_i, v_i) + \lambda_0(u_i, v_i) = e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{-j}(u_i, v_i)}$ terhadap fungsi *likelihood*

$$L(\lambda_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i), \alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i)) =$$

$$\prod_{i^*=1}^n \lambda_0(u_i, v_i) \left[e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{-1}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right] \left[e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{-2}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right] \exp \left\{ - \left(\lambda_0(u_i, v_i) + \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{-1}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{-2}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) y_{1i^*} \alpha_1(u_i, v_i) - y_{2i^*} \alpha_2(u_i, v_i) \right\} B_{i^*}$$

dengan B_{i^*} adalah

$$B_{i^*} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} B_{1i^*} B_{2i^*} \\ B_{1i^*} = \frac{ \left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{-1}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i^*} - k - 1} }{ (y_{1i^*} - k)! } \left(\exp \left(k \left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i) \right) \right) \right)$$

Menetapkan fungsi ln likelihood

$$Q = \ln L(\lambda_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i), \alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i))$$

$$= \sum_{i^*=1}^n \ln \lambda_0(u_i, v_i) + \sum_{i^*=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{-1}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \sum_{i^*=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{-2}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) \\ - n \lambda_0(u_i, v_i) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{-1}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \sum_{i^*=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{-2}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) - \sum_{i^*=1}^n y_{1i^*} \alpha_1(u_i, v_i) \\ - \sum_{i^*=1}^n y_{2i^*} \alpha_2(u_i, v_i) + \sum_{i^*=1}^n \ln B_{i^*}$$

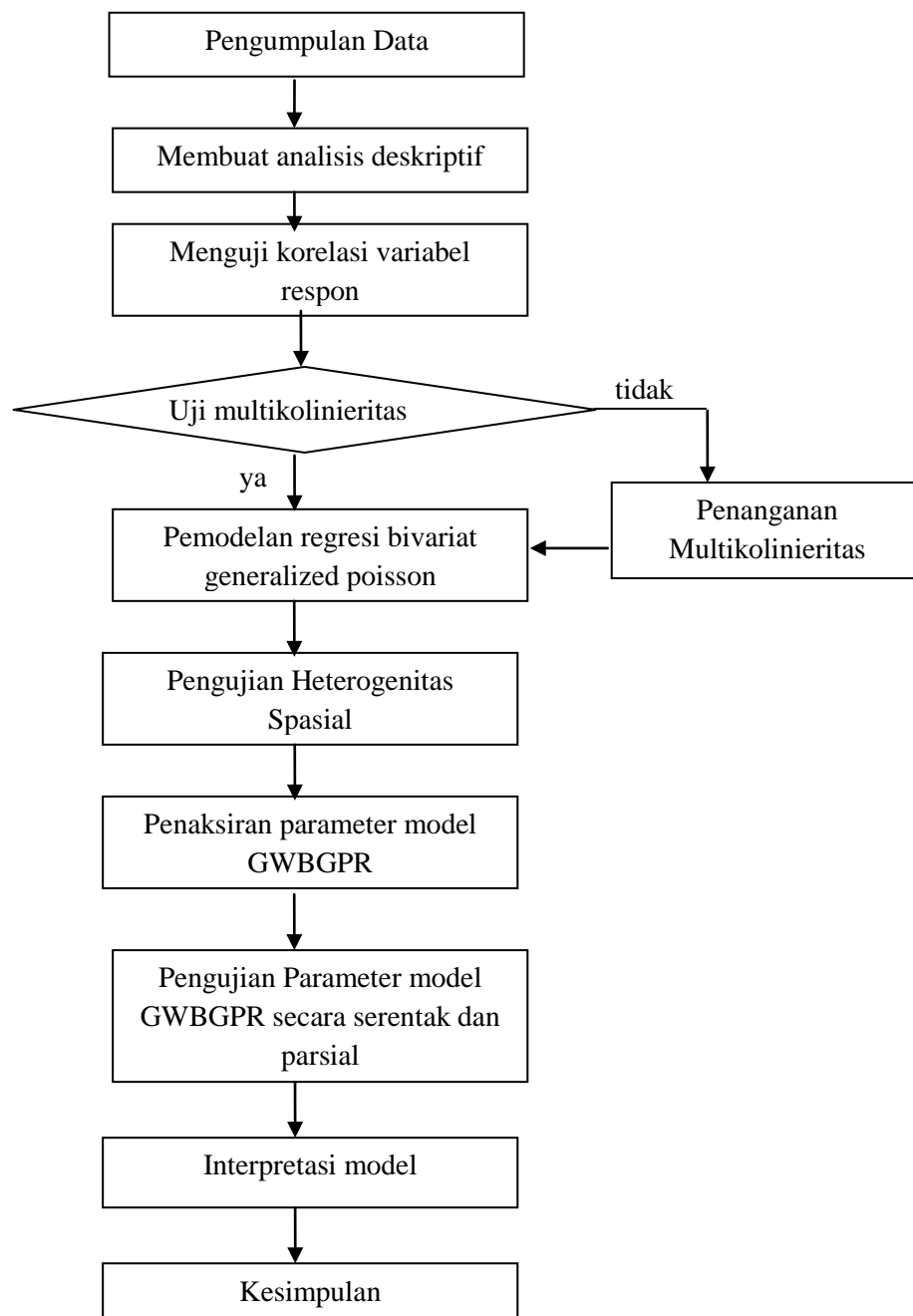
c. Mengalikan fungsi Q dengan pembobot geografis w_{ii^*} sehingga diperoleh fungsi Q^*

$$\begin{aligned}
Q^* = & \sum_{i^*=1}^n \ln \lambda_0(u_i, v_i)(w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)(w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)(w_{ii^*}) \\
& - n \lambda_0(u_i, v_i)(w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)(w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)(w_{ii^*}) \\
& - \sum_{i^*=1}^n y_{1i^*} \alpha_1(u_i, v_i)(w_{ii^*}) - \sum_{i^*=1}^n y_{2i^*} \alpha_2(u_i, v_i)(w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \ln B_{i^*}(w_{ii^*})
\end{aligned}$$

- d. Menurunkan fungsi Q^* terhadap parameter $\lambda_0(u_i, v_i), \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i), \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i), \alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i)$ kemudian disama dengankan nol
 - e. Hasil penurunan pertama terhadap masing-masing parameternya menghasilkan bentuk yang tidak *close form* maka untuk menyelesaikannya menggunakan iterasi Newton Raphson.
2. Langkah langkah untuk mendapatkan statistik uji untuk pengujian serentak pada model GWBGPR adalah sebagai berikut.
 - a. Membentuk hipotesis untuk menguji model GWBGPR
$$H_0 : \beta_{j1}(u_i, v_i) = \beta_{j2}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{jk}(u_i, v_i) = 0; j = 1, 2 \text{ dan } \alpha_1(u_i, v_i) = \alpha_2(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_{jk}(u_i, v_i) \neq 0; \text{ dengan } j=1, 2 \text{ dan } k=1, 2, \dots, k$$
ada salah satu $\alpha_j(u_i, v_i) \neq 0; j = 1, 2$
 - b. Menentukan himpunan parameter-parameter dibawah $H_0(\omega)$
 - c. Membuat fungsi likelihood dibawah $H_0(L(\omega))$
 - d. Menentukan himpunan parameter-parameter dibawah populasi (Ω)
 - e. Membuat fungsi likelihood di bawah populasi ($L(\Omega)$)
 - f. Menentukan statistik uji dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT)
 - g. Menentukan daerah penolakan H_0
 - h. Langkah-langkah untuk menentukan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi dengan pendekatan model GWBGPR adalah sebagai berikut.
 - a. Membuat analisis deskriptif terhadap variabel respon dan variabel prediktor.

- b. Menguji korelasi untuk variabel respon.
- c. Melakukan pengujian distribusi bivariat poisson
- d. Melakukan pemeriksaan multikolinieritas pada variabel prediktor
- e. Memodelkan dengan regresi bivariat generalized poisson dan menentukan nilai devians dari model.
- f. Melakukan Uji Heterogenitas Spasial.
- g. Melakukan penaksiran parameter model GWBGPR dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).
- h. Melakukan pengujian hipotesis simultan dan parsial untuk model GWBGPR.
- i. Melakukan interpretasi model yang didapatkan.
- j. Membuat kesimpulan dari hasil analisis.



Gambar 3.2 Diagram Alir Penelitian

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai proses penaksiran parameter pada model Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression (GWBGPR) menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Selanjutnya model GWBGPR digunakan untuk memodelkan jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2013 serta mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi.

4.1 Penaksiran Parameter Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression

Metode penaksiran parameter *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression* adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan fungsi probabilitas sebagai berikut :

$$f(y_{1i}, y_{2i}) = \lambda_0(u_i, v_i) \lambda_{1i}(u_i, v_i) \lambda_{2i}(u_i, v_i) \exp \left\{ -(\lambda_0(u_i, v_i) + \lambda_{1i}(u_i, v_i) + \lambda_{2i}(u_i, v_i)) - y_{1i} \alpha_1(u_i, v_i) - y_{2i} \alpha_2(u_i, v_i) \right\} \left(\sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{(\lambda_{1i}(u_i, v_i) + (y_{1i} - k) \alpha_1(u_i, v_i))^{y_{1i} - k - 1}}{(y_{1i} - k)!} \frac{(\lambda_{2i}(u_i, v_i) + (y_{2i} - k) \alpha_2(u_i, v_i))^{y_{2i} - k - 1}}{(y_{2i} - k)!} \right) \frac{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{k-1}}{k!} \left(\exp(k(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i))) \right) \quad (4.1)$$

Kemudian dibentuk fungsi likelihood dari *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression* (GWBGPR) yaitu

$$L(\lambda_0(u_i, v_i), \lambda_{1i}(u_i, v_i), \lambda_{2i}(u_i, v_i), \alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n) \\ = \prod_{i=1}^n \lambda_0(u_i, v_i) \lambda_{1i}(u_i, v_i) \lambda_{2i}(u_i, v_i) \exp \left\{ -(\lambda_0(u_i, v_i) + \lambda_{1i}(u_i, v_i) + \lambda_{2i}(u_i, v_i)) - y_{1i} \alpha_1(u_i, v_i) - y_{2i} \alpha_2(u_i, v_i) \right\} \\ \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{(\lambda_{1i}(u_i, v_i) + (y_{1i} - k) \alpha_1(u_i, v_i))^{y_{1i} - k - 1}}{(y_{1i} - k)!} \left(\exp(k(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i))) \right) \\ \frac{(\lambda_{2i}(u_i, v_i) + (y_{2i} - k) \alpha_2(u_i, v_i))^{y_{2i} - k - 1}}{(y_{2i} - k)!} \frac{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{k-1}}{k!}$$

Setelah itu dibentuk fungsi ln likelihood dari *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression* (GWBGPR) yaitu

$$Q = \ln L(\lambda_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i), \alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i)) =$$

$$\ln \prod_{i=1}^n \lambda_0(u_i, v_i) \lambda_{1i}(u_i, v_i) \lambda_{2i}(u_i, v_i) \exp \left\{ -(\lambda_0(u_i, v_i) + \lambda_{1i}(u_i, v_i) + \lambda_{2i}(u_i, v_i)) - y_{1i} \alpha_1(u_i, v_i) - y_{2i} \alpha_2(u_i, v_i) \right\} \\ \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{(\lambda_{1i}(u_i, v_i) + (y_{1i} - k) \alpha_1(u_i, v_i))^{y_{1i} - k - 1}}{(y_{1i} - k)!} \left(\exp(k(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i))) \right) \\ \frac{(\lambda_{2i}(u_i, v_i) + (y_{2i} - k) \alpha_2(u_i, v_i))^{y_{2i} - k - 1}}{(y_{2i} - k)!} \frac{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{k-1}}{k!}$$

Ditransformasikan kedalam $\lambda_{ji}(u_i, v_i) + \lambda_0(u_i, v_i) = e^{\mathbf{x}_{ji}^T \boldsymbol{\beta}_j(u_i, v_i)}$ sehingga didapatkan

fungsi likelihood yaitu

$$L(\lambda_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i), \alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i)) = \\ \prod_{i=1}^n \lambda_0(u_i, v_i) \left[e^{\mathbf{x}_{1i}^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right] \left[e^{\mathbf{x}_{2i}^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right] \exp \left\{ -(\lambda_0(u_i, v_i) + (\mathbf{x}_{1i}^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i) - \lambda_0(u_i, v_i)) + \right. \\ \left. (e^{\mathbf{x}_{2i}^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)) y_{1i} \alpha_1(u_i, v_i) - y_{2i} \alpha_2(u_i, v_i) \right\} B_i \quad (4.2)$$

dengan B_i adalah

$$B_i = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} B_{1i} B_{2i} \\ B_{1i} = \frac{\left((e^{\mathbf{x}_{1i}^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)) + (y_{1i} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i} - k - 1}}{(y_{1i} - k)!} \left(\exp(k(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i))) \right) \\ B_{2i} = \frac{\left((e^{\mathbf{x}_{2i}^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)) + (y_{2i} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{2i} - k - 1}}{(y_{2i} - k)!} \frac{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{k-1}}{k!}$$

Fungsi ln likelihood dari *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression* (GWBGPR) menjadi

$$Q = \ln L(\lambda_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i), \alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i)) \\ = \sum_{i=1}^n \ln \lambda_0(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}_{1i}^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}_{2i}^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) \\ - n \lambda_0(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \left(e^{\mathbf{x}_{1i}^T \boldsymbol{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}_{2i}^T \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) - \sum_{i=1}^n y_{1i} \alpha_1(u_i, v_i) \\ - \sum_{i=1}^n y_{2i} \alpha_2(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \ln B_i$$

Pada model GWBGPR faktor yang diperhatikan sebagai pembobot adalah faktor geografis dari tiap titik-titik pengamatan (daerah). Tentunya setiap daerah

memiliki faktor geografis yang berbeda-beda, sehingga hal ini menunjukkan bahwa setiap daerah memiliki sifat lokal pada model GWBGPR. Jadi, bentuk fungsi ln likelihood dengan pembobot geografis (w_{ii^*}) untuk masing-masing lokasi adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Q^* = & \sum_{i^*=1}^n \ln \lambda_0(u_i, v_i)(w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}^{\tilde{\mathbf{P}}_1}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}^{\tilde{\mathbf{P}}_2}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) (w_{ii^*}) \\ & - n \lambda_0(u_i, v_i)(w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\mathbf{x}^{\tilde{\mathbf{P}}_1}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\mathbf{x}^{\tilde{\mathbf{P}}_2}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) (w_{ii^*}) \\ & - \sum_{i^*=1}^n y_{1i^*} \alpha_1(u_i, v_i)(w_{ii^*}) - \sum_{i^*=1}^n y_{2i^*} \alpha_2(u_i, v_i)(w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \ln B_{i^*}(w_{ii^*}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Dengan w_{ii^*} adalah pembobot geografis. Untuk mendapatkan taksiran parameter model GWBGPR pada masing-masing lokasi, maka fungsi pada persamaan (4.3) diturunkan masing-masing terhadap parameternya.

Turunan pertama dari fungsi ln likelihood terhadap $\lambda_0(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} = - \sum_{i^*=1}^n \frac{n}{\lambda_0(u_i, v_i)} (w_{ii^*}) - \sum_{i^*=1}^n 3n(w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{B_{i^*}} \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} (w_{ii^*}) \quad (4.4)$$

Kemudian B_{i^*} diturunkan terhadap $\lambda_0(u_i, v_i)$ dengan

$$\frac{\partial B_{i^*}}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} B_{2i^*} + \frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} B_{1i^*} \quad (4.5)$$

kemudian B_{1i^*} diturunkan terhadap $\lambda_0(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} = \left\{ - (y_{1i^*} - k - 1) \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}^{\tilde{\mathbf{P}}_1}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)}{(y_{1i^*} - k)!} (a) \right\} \quad (4.6)$$

$$a = \left(\exp k \left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i) \right) \right)$$

kemudian B_{2i^*} diturunkan terhadap $\lambda_0(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} = u'v + uv' \text{ dengan}$$

$$u = \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}^{\tilde{\mathbf{P}}_2}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{2i^*} - k - 1}}{(y_{2i^*} - k)!}$$

$$\begin{aligned}
u' &= \frac{-(y_{2i^*} - k - 1) \left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{b}}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{2i^*} - k - 2}}{(y_{2i^*} - k)!} \\
v &= \frac{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{k-1}}{k!} \quad \text{dan} \quad v' = \frac{(k-1)(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{k-2}}{k!} \\
\frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \lambda_0} &= \left\{ \left(\frac{-(y_{2i^*} - k - 1) \left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{b}}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{2i^*} - k - 2}}{(y_{2i^*} - k)!} \frac{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{k-1}}{k!} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{b}}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{2i^*} - k - 1}}{(y_{2i^*} - k)!} \frac{(k-1)(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{k-2}}{k!} \right) \right\} \\
\frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \lambda_0} &= \left\{ \left(\frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{b}}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{2i^*} - k - 1}}{(y_{2i^*} - k)!} g \right) h \right\} \quad (4.7)
\end{aligned}$$

$$g = \frac{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{k-1}}{k!};$$

$$h = \left(\frac{-(y_{2i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{b}}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)} + \frac{(k-1)}{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))} \right)$$

Persamaan (4.6) dan (4.7) disubstitusikan pada persamaan (4.5)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial B_{i^*}}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} &= \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[-(y_{1i^*} - k - 1) \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{b}}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)}{(y_{1i^*} - k)!} \right. \\
&\quad \left. (\exp k (\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i))) \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{b}}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{2i^*} - k - 1}}{(y_{2i^*} - k)!} \right. \\
&\quad \left. \frac{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{k-1}}{k!} \right] + \left[\left(\frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{b}}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{2i^*} - k - 1}}{(y_{2i^*} - k)!} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{k-1}}{k!} \right) \left(\frac{-(y_{2i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{b}}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)} \right) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(k-1)}{(\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i))} \left[\frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{(y_{1i^*} - k)!} \right. \\
& \left. \left(\exp(k(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i))) \right) \right] \quad (4.8)
\end{aligned}$$

Maka didapatkan turunan pertama Q^* terhadap $\lambda_0(u_i, v_i)$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} &= - \sum_{i^*=1}^n \frac{n}{\lambda_0(u_i, v_i)} w_{ii^*} - \sum_{i^*=1}^n 3n w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{B_{i^*}} \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} w_{ii^*} \\
\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} &= \sum_{i^*=1}^n \left(- \frac{n}{\lambda_0(u_i, v_i)} - 3n \right) w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{-(y_{1i^*} - k - 1)}{\left[\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i) \right]} \right. \\
& \left. + \left[\frac{-(y_{2i^*} - k - 1)}{\left[\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k)\alpha_2(u_i, v_i) \right]} + \frac{(k-1)}{(\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i))} \right] w_{ii^*} \quad (4.9)
\end{aligned}$$

Turunan pertama dari fungsi ln likelihood persamaan (4.3) terhadap $\beta_1(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)}} \left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_{i^*} \right) w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \left(\tilde{\beta}_1(u_i, v_i) \right) \mathbf{x}_{i^*} w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{B_{i^*}} \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} w_{ii^*}$$

Kemudian B_{i^*} diturunkan terhadap $\beta_1(u_i, v_i)$ dengan

$$\frac{\partial B_{i^*}}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} B_{2i^*} + \frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} B_{1i^*} \quad (4.10)$$

kemudian B_{1i^*} diturunkan terhadap $\beta_1(u_i, v_i)$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} &= \frac{\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} \mathbf{x}_{i^*} \right) (y_{1i^*} - k - 1) \left[\left(\tilde{\beta}_1(u_i, v_i) - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i) \right]^{y_{1i^*} - k - 2}}{(y_{1i^*} - k)!} \\
& \exp(k(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i))) \quad (4.11)
\end{aligned}$$

kemudian B_{2i^*} diturunkan terhadap $\beta_1(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} = 0$$

$$\text{Sehingga } \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} B_{2i^*}$$

$$\frac{\partial B_{i^*}}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} = \frac{\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} \mathbf{x}_{i^*} \right) (y_{1i^*} - k - 1) \left[\left(\tilde{\beta}_1(u_i, v_i) - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i) \right]^{y_{1i^*} - k - 2}}{(y_{1i^*} - k)!}$$

$$\exp(k(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i))) \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{2i^*} - k - 1}}{(y_{2i^*} - k)!} \frac{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{k-1}}{k!} \quad (4.12)$$

Maka didapatkan turunan pertama Q^* terhadap $\beta_1(u_i, v_i)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} &= \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)}} \left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_{i^*} \right) w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \left(\tilde{e}^{\tilde{\mathbf{x}}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_{i^*} w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{B_{i^*}} \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} w_{ii^*} \\ \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} &= \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)}} \left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_{i^*}^* \right) w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \left(\tilde{e}^{\tilde{\mathbf{x}}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_{i^*}^* w_{ii^*} + b \\ (4.13) \quad b &= \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{(y_{1i^*} - k - 1) \left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_{i^*}^*}{\left[\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]} w_{ii^*} \end{aligned}$$

Turunan pertama dari fungsi ln likelihood terhadap $\beta_2(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)}} \left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_{i^*} \right) w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \left(\tilde{e}^{\tilde{\mathbf{x}}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_{i^*} w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{B_{i^*}} \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} w_{ii^*}$$

Kemudian B_{i^*} diturunkan terhadap $\beta_2(u_i, v_i)$ dengan

$$\frac{\partial B_{i^*}}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} B_{2i^*} + \frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} B_{1i^*} \quad (4.14)$$

kemudian B_{1i^*} diturunkan terhadap $\beta_2(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} = 0$$

kemudian B_{2i^*} diturunkan terhadap $\beta_2(u_i, v_i)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} &= \frac{\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} \mathbf{x}_{i^*} \right) (y_{2i^*} - k - 1) \left[\left(\tilde{e}^{\tilde{\mathbf{x}}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]^{y_{1i^*} - k - 2}}{(y_{2i^*} - k)!} \\ &\quad \frac{\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i)}{k!} \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\text{Sehingga } \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} B_{1i^*}$$

$$\frac{\partial B_{i^*}}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} = \frac{\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} \mathbf{x}_{i^*} \right) (y_{2i^*} - k - 1) \left[\left(\tilde{e}^{\tilde{\mathbf{x}}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]^{y_{1i^*} - k - 2}}{(y_{2i^*} - k)!}$$

$$\frac{\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i) \left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{k! (y_{1i^*} - k)!} \left(\exp \left(k \left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i) \right) \right) \right) \quad (4.16)$$

Maka didapatkan turunan pertama Q^* terhadap $\beta_2(u_i, v_i)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} &= \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)}} \left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_{i^*} \right) w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \left(\tilde{e}^{\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_{i^*} w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{B_{i^*}} \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} w_{ii^*} \\ \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} &= \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)}} \left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_i^* \right) w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \left(\tilde{e}^{\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_i^* w_{ii^*} + \\ &\quad \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{(y_{2i^*} - k - 1) \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} \right) \mathbf{x}_i^*}{\left[\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k)\alpha_2(u_i, v_i) \right]} w_{ii^*} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Turunan pertama dari fungsi ln likelihood terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} = - \sum_{i^*=1}^n y_{1i^*} w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{B_{i^*}} \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} w_{ii^*}$$

Kemudian B_{i^*} diturunkan terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$ dengan

$$\frac{\partial B_{i^*}}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} B_{2i^*} + \frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} B_{1i^*} \quad (4.18)$$

$\frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} = u'v + uv'$ dengan

$$\begin{aligned} u &= \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{(y_{1i^*} - k)!} \\ u' &= \frac{(y_{1i^*} - k - 1)(y_{1i^*} - k) \left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i^*} - k - 2}}{(y_{1i^*} - k)!} \end{aligned}$$

$$v = \exp \left(k \left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i) \right) \right)$$

$$v' = \exp \left(k \left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i) \right) \right)$$

$$\frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} = \left[\frac{(y_{1i^*} - k - 1)(y_{1i^*} - k) \left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i^*} - k - 2}}{(y_{1i^*} - k)!} \right]$$

$$\begin{aligned}
& \exp\left(k\left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i)\right)\right) + \left[\frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{p}}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i)\right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{(y_{1i^*} - k)!} \right. \\
& \quad \left. \exp\left(k\left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i)\right)\right) \right] \\
\frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} &= \left[\frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{p}}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i)\right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{(y_{1i^*} - k)!} \exp\left(k\left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i)\right)\right) \right. \\
& \quad \left. \left[\frac{(y_{1i^*} - k - 1)(y_{1i^*} - k)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{p}}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i)\right)} + 1 \right] \right] \quad (4.19)
\end{aligned}$$

kemudian B_{2i^*} diturunkan terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} = 0$$

$$\text{Sehingga } \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} B_{2i^*}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial B_{i^*}}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} &= \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{p}}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i)\right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{(y_{1i^*} - k)!} \right. \\
& \quad \left. \exp\left(k\left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i)\right)\right) \right] \left[\frac{(y_{1i^*} - k - 1)(y_{1i^*} - k)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{p}}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i)\right)} + 1 \right] \\
& \quad \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{p}}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right) + (y_{2i^*} - k)\alpha_2(u_i, v_i)\right)^{y_{2i^*} - k - 1}}{(y_{2i^*} - k)!} \frac{(\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i))^{k-1}}{k!}
\end{aligned}$$

maka didapatkan turunan pertama dari Q^* terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} = - \sum_{i^*=1}^n y_{1i^*} w_{ii^*} + r \quad (4.20)$$

$$r = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{(y_{1i^*} - k - 1)(y_{1i^*} - k)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\mathbf{p}}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i)\right) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i)\right)} + 1 \right] w_{ii^*}$$

Turunan pertama dari fungsi ln likelihood terhadap $\alpha_2(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} = -\sum_{i^*=1}^n y_{2i^*} w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{B_{i^*}} \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} w_{ii^*}$$

Kemudian B_{i^*} diturunkan terhadap $\alpha_2(u_i, v_i)$ dengan

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} &= \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} B_{2i^*} + \frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} B_{1i^*} \\ \frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} &= \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{1i^*}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{(y_{1i^*} - k)!} \exp\left(k(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i))\right) \\ \frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} &= \frac{(y_{2i^*} - k - 1)(y_{2i^*} - k) \left[\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{2i^*}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]^{y_{1i^*} - k - 2}}{(y_{2i^*} - k)!} \frac{\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i)}{k!} \\ \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} &= \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{1i^*}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{(y_{1i^*} - k)!} \right. \\ &\quad \exp\left(k(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i))\right) \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{2i^*}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{2i^*} - k - 1}}{(y_{2i^*} - k)!} \\ &\quad \left. \frac{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{k-1}}{k!} \right] + \left[\frac{(y_{2i^*} - k - 1)(y_{2i^*} - k) \left[\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{2i^*}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]^{y_{1i^*} - k - 2}}{(y_{2i^*} - k)!} \right. \\ &\quad \left. \frac{\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i)}{k!} \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{1i^*}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{(y_{1i^*} - k)!} \exp\left(k(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i))\right) \right] \end{aligned}$$

Maka didapatkan turunan pertama Q^* terhadap $\alpha_2(u_i, v_i)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} &= -\sum_{i^*=1}^n y_{2i^*} w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{B_{i^*}} \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} w_{ii^*} \\ \frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} &= -\sum_{i^*=1}^n y_{2i^*} w_{ii^*} + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{(y_{2i^*} - k - 1)(y_{2i^*} - k)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_{2i^*}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{1i^*} - k - 2}} \right] w_{ii^*} \quad (4.21) \end{aligned}$$

Turunan pertama dari fungsi ln likelihood terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{B_{i^*}} \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} w_{ii^*}$$

Kemudian B_{i^*} diturunkan terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$ dengan

$$\frac{\partial B_{i^*}}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} B_{2i^*} + \frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} B_{1i^*}$$

dengan turunan B_{1i^*} dan B_{2i^*} adalah

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_{1i^*}}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} &= - \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{(y_{1i^*} - k)!} \exp\left(k(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i))\right) \\ \frac{\partial B_{2i^*}}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} &= \frac{\left[\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]^{y_{1i^*} - k - 2}}{(y_{2i^*} - k)!} \frac{\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i)}{k!} (k-1)k \end{aligned}$$

sehingga turunan B_{i^*} menjadi.

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} &= \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[- \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{(y_{1i^*} - k)!} \right. \\ &\quad \exp\left(k(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i))\right) \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{2i^*} - k - 1}}{(y_{2i^*} - k)!} \\ &\quad \left. \frac{(\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i))^{k-1}}{k!} \right] + \left[\frac{\left[\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]^{y_{1i^*} - k - 2}}{(y_{2i^*} - k)!} \right. \\ &\quad \frac{\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i)}{k!} (k-1)k \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{(y_{1i^*} - k)!} \\ &\quad \left. \exp\left(k(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i))\right) \right] \end{aligned}$$

Maka didapatkan turunan pertama dari fungsi ln likelihood terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} &= \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{B_{i^*}} \frac{\partial B_{i^*}}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} w_{ii^*} \\ \frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} &= \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left(-1 + \frac{k(k-1)}{(\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i))} \right) w_{ii^*} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Pada turunan pertama diperoleh persamaan yang tidak *close form*, sehingga untuk mendapatkan estimasi parameter GWBGPR dilakukan dengan cara menggunakan iterasi newton raphson. Langkah – langkah untuk mendapatkan estimasi parameter GWBGPR dengan menggunakan iterasi newton raphson adalah.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m)} - \mathbf{H}^{-1} \left(\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m)} \right) \mathbf{g} \left(\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m)} \right) \quad (4.23)$$

Dengan.

$$\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i) = \left[\lambda_0(u_i, v_i), \beta_1^T(u_i, v_i), \beta_2^T(u_i, v_i), \alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i) \right]^T \quad (4.24)$$

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i)) = \left(\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0^*}, \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1^*}, \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2^*}, \frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_1^*}, \frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_2^*}, \frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_0^*} \right)^T \quad (4.25)$$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^{*2}} & & & & & \\ \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^* \partial \beta_1^{*T}} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_1^{*T} \partial \beta_1^*} & & & & \\ \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^* \partial \beta_2^{*T}} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_1^{*T} \partial \beta_2^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_2^{*T} \partial \beta_2^*} & & & \\ \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^* \partial \alpha_1^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_1^{*T} \partial \alpha_1^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_2^{*T} \partial \alpha_1^*} & & & \\ \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^* \partial \alpha_2^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_1^{*T} \partial \alpha_2^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_2^{*T} \partial \alpha_2^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \alpha_1^* \partial \alpha_2^*} & & \\ \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^* \partial \alpha_0^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_1^{*T} \partial \alpha_0^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_2^{*T} \partial \alpha_0^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \alpha_1^* \partial \alpha_0^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \alpha_2^* \partial \alpha_0^*} & \end{bmatrix} \quad \text{simetris} \quad (4.26)$$

dengan :

$$\begin{aligned} \lambda_0^* &= \lambda_0(u_i, v_i) & \beta_1^{*T} &= \beta_1^T(u_i, v_i) & \beta_2^{*T} &= \beta_2^T(u_i, v_i) \\ \alpha_1^* &= \alpha_1(u_i, v_i) & \alpha_2^* &= \alpha_2(u_i, v_i) & \alpha_0^* &= \alpha_0(u_i, v_i) \end{aligned}$$

- i. Menentukan nilai taksiran awal parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(0)}$
- ii. Membentuk vektor gradien $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i))$ dengan mensubstitusikan persamaan (4.9; 4.13; 4.17; 4.20; 4.21; 4.22) ke dalam persamaan (4.25)
- iii. Membentuk matriks $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i))$. Matriks $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i))$ adalah matriks hessian pada persamaan (4.26) yang berisi turunan kedua pada (Lampiran 1)

- iv. Memasukkan nilai $\hat{\theta}(u_i, v_i)_{(0)}$ ke dalam elemen-elemen vektor $\mathbf{g}(\theta(u_i, v_i))_{(0)}$ dan matriks $\mathbf{H}(\theta(u_i, v_i))_{(0)}$, sehingga diperoleh vektor gradien $\mathbf{g}(\theta(u_i, v_i))_{(0)}$ dan matriks Hessian $\mathbf{H}(\theta(u_i, v_i))_{(0)}$
- v. Mulai dari $m = 0$ dilakukan iterasi pada persamaan (4.23). Nilai $\hat{\theta}(u_i, v_i)_{(m)}$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen saat iterasi ke- m
- vi. Jika belum mendapatkan penaksiran parameter yang konvergen, maka dilanjutkan kembali ke langkah v hingga iterasi ke $m = m+1$. Iterasi akan berhenti apabila nilai $\|\hat{\theta}(u_i, v_i)_{(m+1)} - \hat{\theta}(u_i, v_i)_{(m)}\| \leq \varepsilon$, dengan ε merupakan suatu nilai yang sangat kecil

4.2 Pengujian Hipotesis secara Serentak Parameter Model *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression*

Fungsi likelihood yang berhubungan dengan model *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression* yaitu $L(\hat{\Omega})$ dan $L(\hat{\omega})$. $L(\hat{\Omega})$ adalah nilai *maximum* likelihood untuk model dengan melibatkan variabel prediktor dan $L(\hat{\omega})$ adalah nilai *maximum* likelihood untuk model sederhana tanpa melibatkan variabel prediktor. Metode yang digunakan Pengujian serentak parameter pada model *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression* adalah *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT).

Pengujian serentak parameter model *Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression* dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter β dan α secara bersama-sama dengan hipotesis sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{j1}(u_i, v_i) = \beta_{j2}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{jk}(u_i, v_i) = 0; j = 1, 2 \text{ dan}$$

$$\alpha_1(u_i, v_i) = \alpha_2(u_i, v_i) = 0$$

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_{jk}(u_i, v_i) \neq 0$; dengan $j=1, 2$ dan $k=1, 2, \dots, k$
ada salah satu $\alpha_j(u_i, v_i) \neq 0$; $j = 1, 2$

Fungsi likelihood dibawah populasi $L(\Omega)$ sebagai berikut

$$L(\lambda_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i), \alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i); i = 1, 2, \dots, n) =$$

$$\prod_{i=1}^n \lambda_0(u_i, v_i) \left[e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right] \left[e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right] \exp \left\{ - \left(\lambda_0(u_i, v_i) + \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) y_{1i} \alpha_1(u_i, v_i) - y_{2i} \alpha_2(u_i, v_i) \right\} B_i$$

dengan B_i adalah

$$B_i = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} B_{1i} B_{2i}$$

$$B_{1i} = \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i} - k - 1}}{(y_{1i} - k)!} \left(\exp \left(k \left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i) \right) \right) \right)$$

$$B_{2i} = \frac{\left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{2i} - k - 1}}{(y_{2i} - k)!} \frac{\left(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i) \right)^{k-1}}{k!}$$

$$\ln L^*(\Omega) = \sum_{i=1}^n \ln \lambda_0(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)$$

$$- n \lambda_0(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right)$$

$$- \sum_{i=1}^n y_{1i} \alpha_1(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n y_{2i} \alpha_2(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \ln B_i$$

Dengan nilai $(\lambda_0(u_i, v_i), \beta_1^T(u_i, v_i), \beta_2^T(u_i, v_i), \alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i))$ merupakan nilai penaksir parameter yang diperoleh dengan menggunakan metode iterasi Newton Raphson. Sedangkan fungsi ln likelihood untuk model yang tidak melibatkan variabel prediktor dibentuk pada himpunan dibawah H_0 disebut sebagai $L^*(\omega)$. Fungsi likelihood dibawah H_0 adalah sebagai berikut.

$$L(\omega) = \prod_{i=1}^n \lambda_0(u_i, v_i) \left[e^{\beta_{1,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right] \left[e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right] \exp \left\{ - \left(\lambda_0(u_i, v_i) + \left(e^{\beta_{1,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) y_{1i} \alpha_1(u_i, v_i) - y_{2i} \alpha_2(u_i, v_i) \right\} B_{i,0}$$

dengan B_{i*} adalah

$$B_{i,0} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} B_{1i,0} B_{2i,0}$$

$$B_{1i,0} = \frac{\left(\left(e^{\beta_{1,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{y_{1i} - k - 1}}{(y_{1i} - k)!} \left(\exp \left(k \left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i) \right) \right) \right)$$

$$B_{2i,0} = \frac{\left(\left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{y_{2i} - k - 1}}{(y_{2i} - k)!} \frac{\left(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i) \right)^{k-1}}{k!}$$

Fungsi ln likelihood dibawah H_0 adalah

$$\begin{aligned} \ln L^*(\omega) &= \sum_{i=1}^n \ln \lambda_0(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\beta_{1,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) \\ &\quad - n \lambda_0(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \left(e^{\beta_{1,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) - \sum_{i=1}^n y_{1i} \alpha_1(u_i, v_i) \\ &\quad - \sum_{i=1}^n y_{2i} \alpha_2(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \ln B_{i,0} \end{aligned}$$

Turunan pertama fungsi $\ln L^*(\hat{\omega})$ terhadap $\lambda_0(u_i, v_i)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*(\hat{\omega})}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} &= \sum_{i^*=1}^n \left(-\frac{n}{\lambda_0(u_i, v_i)} - 3n \right) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{-(y_{1i^*} - k - 1)}{\left[\left(e^{\beta_{1,0}} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{-(y_{2i^*} - k - 1)}{\left[\left(e^{\beta_{2,0}} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]} + \frac{(k-1)}{\left(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i) \right)} \right\} \right] \end{aligned} \quad (4.26)$$

Turunan pertama fungsi $\ln L^*(\hat{\omega})$ terhadap $\beta_{1,0}(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial \ln L^*(\hat{\omega})}{\partial \beta_{1,0}(u_i, v_i)} = \left\{ \begin{aligned} &\sum_{i=1}^n \left(e^{\beta_{1,0}(u_i, v_i)} \right) + \\ &\sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{(y_{1i} - k - 1) \left(e^{\beta_{1,0}(u_i, v_i)} \right)}{\left[\left(e^{\beta_{1,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]} \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

Turunan pertama fungsi $\ln L^*(\hat{\omega})$ terhadap $\beta_{2,0}(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial \ln L^*(\hat{\omega})}{\partial \beta_{2,0}(u_i, v_i)} = \left\{ \begin{aligned} &\sum_{i=1}^n \frac{1}{e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)}} \left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} \right) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} \right) + \\ &\sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{(y_{2i} - k - 1) \left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} \right)}{\left[\left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]} \end{aligned} \right\} \quad (4.28)$$

Turunan pertama fungsi $\ln L^*(\hat{\omega})$ terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial \ln L^*(\hat{\omega})}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} = \left\{ -\sum_{i=1}^n y_{1i} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left[\frac{(y_{1i} - k - 1)(y_{1i} - k)}{\left(\left(e^{\beta_{1,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)} + 1 \right] \right\} \quad (4.29)$$

Turunan pertama fungsi $\ln L^*(\hat{\omega})$ terhadap $\alpha_2(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial \ln L^*(\hat{\omega})}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} = \left\{ -\sum_{i=1}^n y_{2i} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left[\frac{(y_{2i} - k - 1)(y_{2i} - k)}{\left(\left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)} \right] \right\} \quad (4.30)$$

Turunan pertama fungsi $\ln L^*(\hat{\omega})$ terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$ is

$$\frac{\partial \ln L^*(\hat{\omega})}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left(-1 + \frac{k(k-1)}{\left(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i) \right)} \right) \quad (4.31)$$

Pada turunan pertama diperoleh persamaan yang tidak *close form* maka diselesaikan menggunakan iterasi Newton Raphson

Langkah – langkah untuk mendapatkan estimasi dari $L(\omega)$ dengan menggunakan iterasi Newton Raphson adalah.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m)} - \mathbf{H}^{-1} \left(\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m)} \right) \mathbf{g} \left(\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_i, v_i)_{(m)} \right) \quad (4.32)$$

Dengan.

$$\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i) = \left[\lambda_0(u_i, v_i), \beta_{1,0}^T(u_i, v_i), \beta_{2,0}^T(u_i, v_i), \alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i) \right]^T \quad (4.33)$$

$$\mathbf{g} \left(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i) \right) = \left(\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0^*} \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_{1,0}^*} \frac{\partial Q^*}{\partial \beta_{2,0}^*} \frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_1^*} \frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_2^*} \frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_0^*} \right)^T \quad (4.34)$$

$$H(\theta(u_i, v_i)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^{*2}} & & & & & & \\ & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^* \partial \beta_{1.0}^{*T}} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_{1.0}^{*T} \partial \lambda_0^*} & & & & \\ & & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^* \partial \beta_{2.0}^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_{1.0}^* \partial \beta_{2.0}^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_{2.0}^* \partial \beta_{2.0}^*} & & \\ & & & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^* \partial \alpha_1^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_{1.0}^* \partial \alpha_1^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_{2.0}^* \partial \alpha_1^*} & \\ & & & & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^* \partial \alpha_2^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_{1.0}^* \partial \alpha_2^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_{2.0}^* \partial \alpha_2^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \alpha_1^* \partial \alpha_2^*} \\ & & & & & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \lambda_0^* \partial \alpha_0^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_{1.0}^* \partial \alpha_0^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_{2.0}^* \partial \alpha_0^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \alpha_1^* \partial \alpha_0^*} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \alpha_2^* \partial \alpha_0^*} \end{bmatrix} \quad \text{simetris} \quad (4.35)$$

dengan :

$$\begin{aligned} \lambda_0^* &= \lambda_0(u_i, v_i) & \beta_{1.0}^{*T} &= \beta_{1.0}^T(u_i, v_i) & \beta_{2.0}^{*T} &= \beta_{2.0}^T(u_i, v_i) \\ \alpha_1^* &= \alpha_1(u_i, v_i) & \alpha_2^* &= \alpha_2(u_i, v_i) & \alpha_0^* &= \alpha_0(u_i, v_i) \end{aligned}$$

- i. Menentukan nilai taksiran awal parameter $\hat{\theta}(u_i, v_i)_{(0)}$
- ii. Membentuk vektor gradien $\mathbf{g}(\theta(u_i, v_i))$ dengan mensubstitusikan persamaan (4.26; 4.27; 4.28; 4.29; 4.30; 4.31) ke dalam persamaan (4.34)
- iii. Membentuk matriks $H(\theta(u_i, v_i))$. Matriks $H(\theta(u_i, v_i))$ adalah matriks hessian pada persamaan (4.35) yang berisi turunan kedua pada (Lampiran 2)
- iv. Memasukkan nilai $\hat{\theta}(u_i, v_i)_{(0)}$ ke dalam elemen-elemen vektor $\mathbf{g}(\theta(u_i, v_i))$ dan matriks $H(\theta(u_i, v_i))$, sehingga diperoleh vektor gradien $\mathbf{g}(\theta(u_i, v_i))_{(0)}$ dan matriks Hessian $H(\theta(u_i, v_i))_{(0)}$
- v. Mulai dari $m = 0$ dilakukan iterasi pada persamaan (4.32). Nilai $\hat{\theta}(u_i, v_i)_{(m)}$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen saat iterasi ke- m
- vi. Jika belum mendapatkan penaksiran parameter yang konvergen, maka dilanjutkan kembali ke langkah v hingga iterasi ke $m = m+1$. Iterasi akan berhenti apabila nilai $\|\hat{\theta}(u_i, v_i)_{(m+1)} - \theta(u_i, v_i)_{(m)}\| \leq \varepsilon$, dengan ε merupakan suatu nilai yang sangat kecil.

Setelah mendapatkan penaksiran parameter untuk $\lambda_0(u_i, v_i), \beta_{1.0}(u_i, v_i), \beta_{2.0}(u_i, v_i), \alpha_1$

$(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i)$ maka dapat dilakukan perhitungan untuk memperoleh statistik uji dengan persamaan sebagai berikut.

$$\frac{L^*(\hat{\omega})}{L^*(\hat{\Omega})} < k$$

$$\ln \left(\frac{L^*(\hat{\omega})}{L^*(\hat{\Omega})} \right) < \ln k$$

$$-2 \ln \left(\frac{L^*(\hat{\omega})}{L^*(\hat{\Omega})} \right) > -2 \ln k$$

Sehingga didapatkan

$$D(\hat{\theta}) \sim \chi^2_{(a-b)}$$

$$D(\hat{\theta}) = -2 \ln \left(\frac{L^*(\hat{\omega})}{L^*(\hat{\Omega})} \right) = -2 \left(\ln L^*(\hat{\omega}) - \ln L^*(\hat{\Omega}) \right) \sim \chi^2_{(a-b)}$$

Dengan

$$\begin{aligned} \ln L^*(\Omega) &= \sum_{i=1}^n \ln \lambda_0(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) \\ &- n\lambda_0(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) - \sum_{i=1}^n y_{1i}\alpha_1(u_i, v_i) \\ &- \sum_{i=1}^n y_{2i}\alpha_2(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left(\frac{(y_{1i} - k - 1) \ln \left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)}{(y_{1i} - k)} \right) \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left(\frac{(y_{2i} - k - 1) \ln \left(\left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)}{(y_{2i} - k)} \right) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{(k-1)}{k!} \\ &\left(\frac{\ln(\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i))}{k!} \right) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \exp \left(k(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i)) \right) \\ \ln L^*(\hat{\omega}) &= \sum_{i=1}^n \ln \lambda_0(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\beta_{1,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) \\ &- n\lambda_0(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \left(e^{\beta_{1,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) - \sum_{i=1}^n y_{1i}\alpha_1(u_i, v_i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{i=1}^n y_{2i} \alpha_2(u_i, v_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left(\frac{(y_{1i} - k - 1) \ln \left(\left(e^{\beta_{1,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)}{(y_{1i} - k)!} \right) \\
& + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left(\frac{(y_{2i} - k - 1) \ln \left(\left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)}{(y_{2i} - k)!} \right) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{(k-1)}{k!} \\
& \left(\frac{\ln \left(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i) \right)}{k!} \right) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \exp \left(k \left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i) \right) \right)
\end{aligned}$$

$D(\hat{\theta})$ merupakan pendekatan dari distribusi χ^2 dengan derajat bebas a-b, dimana a adalah jumlah parameter dibawah populasi dan b adalah jumlah parameter dibawah H_0 . Pembuktian statistik uji $D(\hat{\theta})$ mengikuti distribusi chi-square adalah sebagai berikut.

Penaksir parameter dibawah populasi dipartisi sebagai berikut

$$\hat{\theta}_1 = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{11} & \hat{\theta}_{12} \end{bmatrix}^T$$

Dengan

$$\hat{\theta}_{11} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12} & \dots & \hat{\beta}_{2k} \end{bmatrix}^T, \text{ dan}$$

$$\hat{\theta}_{12} = \begin{bmatrix} \hat{\lambda}_0 & \hat{\beta}_{1,0} & \hat{\beta}_{2,0} & \hat{\alpha}_0 & \hat{\alpha}_1 & \hat{\alpha}_2 \end{bmatrix}^T$$

Penaksir parameter dibawah H_0 dipartisi sebagai berikut

$$\hat{\theta}_{1,0} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{1,01} & \hat{\theta}_{1,02} \end{bmatrix}^T$$

Dengan

$$\hat{\theta}_{1,01(2k \times 1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T, \text{ dan}$$

$$\hat{\theta}_{1,02} = \begin{bmatrix} \hat{\lambda}_0 & \hat{\beta}_{1,0} & \hat{\beta}_{2,0} & \hat{\alpha}_0 & \hat{\alpha}_1 & \hat{\alpha}_2 \end{bmatrix}^T$$

Pengujian hipotesis dituliskan sebagai berikut.

$$H_0 : \theta_{11} = \theta_{1,01}$$

$$H_1 : \theta_{11} \neq \theta_{1,01}$$

Statistik uji $D(\hat{\theta})$ diuraikan pada persamaan berikut.

$$D(\hat{\theta}) = 2 \left(\ln L(\hat{\theta}_1) - \ln L(\hat{\theta}_{1,0}) \right)$$

$$D(\hat{\theta}) = 2 \left(\ln L(\hat{\theta}_1) - \ln L(\hat{\theta}_{1.0}) \right) - 2 \left(\ln L(\hat{\theta}_{1.0}) - \ln L(\hat{\theta}_{1.0}) \right) \quad (4.36)$$

Misalkan $l(\theta_{1.0}) = \ln L(\theta_{1.0})$, maka fungsi $l(\theta_{1.0})$ dapat dihipotesis oleh ekspansi

Taylor derajat dua di sekitar $\hat{\theta}_1$ sebagai berikut.

$$l(\theta_{1.0}) \approx l(\hat{\theta}_1) + \mathbf{g}(\hat{\theta}_1)(\theta_{1.0} - \hat{\theta}_1) - \frac{1}{2}(\theta_{1.0} - \hat{\theta}_1)^T \mathbf{I}(\hat{\theta}_1)(\theta_{1.0} - \hat{\theta}_1)$$

$$\text{dengan } \mathbf{g}(\hat{\theta}_1) = \frac{\partial l(\theta_1)}{\partial \theta_1} \Big|_{\theta_1 = \hat{\theta}_1} \text{ dan } \mathbf{I}(\hat{\theta}_1) = - \frac{\partial^2 l(\theta_1)}{\partial \theta_1 \partial \theta_1^T} \Big|_{\theta_1 = \hat{\theta}_1}$$

karena $\mathbf{g}(\hat{\theta}_1) = \mathbf{0}$, sehingga diperoleh.

$$2(l(\hat{\theta}_1) - l(\theta_{1.0})) \approx (\hat{\theta}_1 - \theta_{1.0})^T \mathbf{I}(\hat{\theta}_1)(\hat{\theta}_1 - \theta_{1.0}) \quad (4.37)$$

Sedangkan jika fungsi $l(\theta_{1.0})$ dihipotesis oleh ekspansi Taylor derajat dua di sekitar $\hat{\theta}_{1.0}$ diperoleh.

$$l(\theta_{1.0}) \approx l(\hat{\theta}_{1.0}) + \mathbf{g}(\hat{\theta}_{1.0})(\theta_{1.0} - \hat{\theta}_{1.0}) - \frac{1}{2}(\theta_{1.0} - \hat{\theta}_{1.0})^T \mathbf{I}(\hat{\theta}_{1.0})(\theta_{1.0} - \hat{\theta}_{1.0})$$

Atau dapat ditulis

$$2(l(\hat{\theta}_{1.0}) - l(\theta_{1.0})) \approx (\hat{\theta}_{1.0} - \theta_{1.0})^T \mathbf{I}(\hat{\theta}_{1.0})(\hat{\theta}_{1.0} - \theta_{1.0}) \quad (4.38)$$

Berdasarkan persamaan (4.37) dan (4.38), statistik uji pada persamaan (4.36) dapat ditulis sebagai berikut.

$$D(\hat{\theta}) \approx (\hat{\theta}_1 - \theta_{1.0})^T \mathbf{I}(\hat{\theta}_1)(\hat{\theta}_1 - \theta_{1.0}) - (\hat{\theta}_{1.0} - \theta_{1.0})^T \mathbf{I}(\hat{\theta}_{1.0})(\hat{\theta}_{1.0} - \theta_{1.0}) \quad (4.39)$$

Misalkan,

$$\mathbf{I}(\hat{\theta}_1)_{(2k+3)(2k+3)} = \begin{bmatrix} I_{11(2k \times 2k)} & I_{12(2k \times 3)} \\ I_{21(3 \times 2k)} & I_{22(3 \times 3)} \end{bmatrix}, \text{ dan}$$

$$\mathbf{I}(\hat{\theta}_{1.0})_{(2k+3)(2k+3)} = \begin{bmatrix} I_{11}^{11}_{(2k \times 2k)} & I_{12}^{12}_{(2k \times 3)} \\ I_{21}^{21}_{(3 \times 2k)} & I_{22}^{22}_{(3 \times 3)} \end{bmatrix},$$

Dan berdasarkan sifat distribusi bersyarat, jika diberikan $\theta_{11} = \theta_{1.01}$, $\hat{\theta}_{11}$, dan $\hat{\theta}_{12}$, maka diperoleh.

$$\hat{\theta}_{1.02} = \hat{\theta}_{12} - I^{21} (I^{11})^{-1} (\hat{\theta}_{11} - \theta_{1.01}) \quad (4.40)$$

Atau dengan memperhatikan formula dari invers suatu partisi matriks, persamaan (4.40) dapat ditulis :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{1.02} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{12} - I_{22}^{-1} I_{21} (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{11} - \boldsymbol{\theta}_{1.01}) \quad (4.41)$$

Pada pengujian hipotesis dibawah H_0 , karena $(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{1.0} - \boldsymbol{\theta}_{1.0}) = (\mathbf{0}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{1.02} - \boldsymbol{\theta}_{12})$, dan memperhatikan persamaan (4.41), yaitu.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{1.02} - \boldsymbol{\theta}_{12} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{12} - \boldsymbol{\theta}_{12} + I_{22}^{-1} I_{21} (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{11} - \boldsymbol{\theta}_{1.01}), \text{ maka}$$

$$(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{1.0} - \boldsymbol{\theta}_{1.0})^T I(\hat{\boldsymbol{\theta}}_1) (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{1.0} - \boldsymbol{\theta}_{1.0}) = (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{1.02} - \boldsymbol{\theta}_{12})^T I_{22} (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{1.02} - \boldsymbol{\theta}_{12})$$

$$(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{1.0} - \boldsymbol{\theta}_{1.0})^T I(\hat{\boldsymbol{\theta}}_1) (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{1.0} - \boldsymbol{\theta}_{1.0}) = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{11} - \boldsymbol{\theta}_{1.01} \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}_{12} - \boldsymbol{\theta}_{12} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_{12} I_{22}^{-1} I_{21} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{11} - \boldsymbol{\theta}_{1.01} \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}_{12} - \boldsymbol{\theta}_{12} \end{bmatrix}$$

Statistik uji $D(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ pada persamaan (4.39) dapat dituliskan sebagai berikut.

$$D(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \approx (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{11} - \boldsymbol{\theta}_{1.01})^T (I_{11} - I_{12} I_{22}^{-1} I_{21}) (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{11} - \boldsymbol{\theta}_{1.01})$$

$$D(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{11} - \boldsymbol{\theta}_{1.01})^T (I^{11})^{-1} (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{11} - \boldsymbol{\theta}_{1.01})$$

Dengan memperhatikan sifat normalitas untuk MLE, maka distribusi dari partisi parameter adalah

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{11} - \boldsymbol{\theta}_{11} \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}_{12} - \boldsymbol{\theta}_{12} \end{bmatrix} \sim N \left(\mathbf{0}, \mathbf{I}^{-1} \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \equiv \begin{bmatrix} I^{11} & I^{12} \\ I^{21} & I^{22} \end{bmatrix} \right)$$

Sehingga diperoleh :

$$(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{11} - \boldsymbol{\theta}_{11}) \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I}^{11})$$

$$(I^{11})^{-1/2} (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{11} - \boldsymbol{\theta}_{11}) \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I}_{a-b})$$

$$D(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{11} - \boldsymbol{\theta}_{1.01})^T (I^{11})^{-1} (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{11} - \boldsymbol{\theta}_{1.01}) \sim \chi^2_{(a-b)}$$

Daerah penolakan H_0 adalah $D(\hat{\boldsymbol{\theta}}) > \chi^2_{(\alpha, a-b)}$ maka terdapat variabel prediktor yang berpengaruh terhadap variabel respon dengan α adalah taraf signifikansi (Agresti, 2002)

4.3 Pemodelan Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Jawa Timur Tahun 2013

4.3.1 Deskripsi Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Jawa Timur Tahun 2013

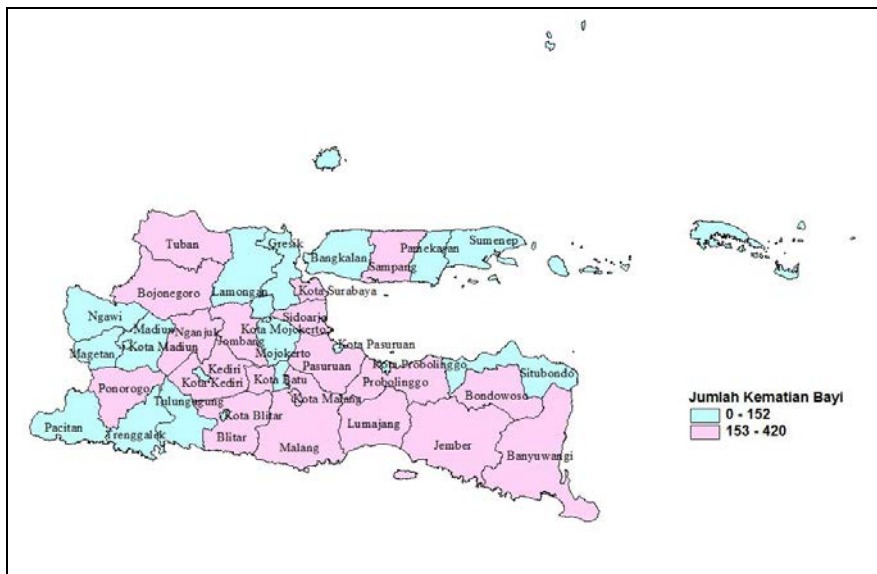
Provinsi Jawa Timur terdiri atas 38 wilayah kabupaten/kota terbagi menjadi 29 kabupaten dan 9 kota. Berdasarkan dinas kesehatan Provinsi Jawa Timur tahun 2013, Provinsi Jawa Timur merupakan 10 besar daerah dengan jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi tertinggi di Indonesia. Di Jawa Timur, capaian Angka Kematian Ibu (AKI) cenderung meningkat dalam 5 tahun terakhir, yaitu berkisar antara 7-11 point dengan data yang bersumber dari Laporan Kematian Ibu (LKI) Kabupaten/Kota. Dalam penelitian ini terdapat 5 variabel prediktor yang diduga berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi di Jawa Timur. Dengan menggunakan data pada Lampiran 3, maka diperoleh statistik deskriptif terhadap seluruh variabel yang digunakan dan disajikan dalam Tabel 4.1 berikut ini.

Tabel 4.1 Statistika Deskriptif Variabel Respon

Variabel	Mean	Varians	Minimum	Maksimum
Jumlah Kematian Bayi	152,4	9792,9	23	420
Jumlah Kematian Ibu	16,89	126,2	1	49

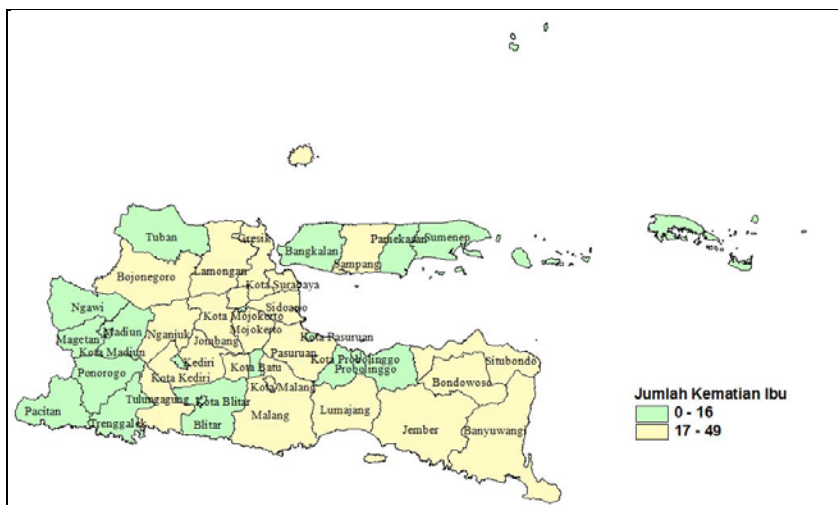
Berdasarkan Tabel 4.1 menunjukkan bahwa rata-rata jumlah kematian bayi di setiap kabupaten/kota di Jawa Timur sebesar 152 kematian selama tahun 2013 dengan kematian tertinggi sebesar 420 kematian di kabupaten Jember dan terendah 23 kematian di kota Batu. Nilai ragam sebesar 9793 menunjukkan bahwa terdapat kabupaten/kota dengan jumlah kematian bayi yang cukup tinggi dan ada yang sangat rendah. Sedangkan jumlah kematian ibu di setiap kabupaten/kota di Jawa Timur sebesar 17 kematian selama tahun 2013 dengan kematian tertinggi sebesar 49 kematian di kota Surabaya dan terendah 1 kematian di kota Batu, Mojokerto dan Blitar. Nilai ragam sebesar 126 menunjukkan bahwa terdapat kabupaten/kota dengan jumlah kematian ibu yang cukup tinggi dan ada yang sangat rendah.

Berikut ini juga disajikan gambaran persebaran kasus jumlah kematian bayi dan jumlah kematian ibu di 38 kabupaten/kota di Jawa Timur tahun 2013.



Gambar 4.1 Persebaran Jumlah Kematian Bayi di Jawa Timur Tahun 2013

Berdasarkan Gambar 4.1 dapat dikatakan bahwa terdapat 13 kabupaten/kota di Jawa Timur yang memiliki jumlah kematian bayi diatas rata-rata jumlah kematian bayi di Jawa Timur



Gambar 4.2 Persebaran Jumlah Kematian Ibu di Jawa Timur Tahun 2013

Berdasarkan Gambar 4.2 dapat dikatakan bahwa terdapat 18 kabupaten/kota di Jawa Timur yang memiliki jumlah kematian ibu diatas rata-rata jumlah kematian ibu di Jawa Timur

Tabel 4.2 Statistika Deskriptif Variabel Prediktor

Variabel	Mean	Varians	Minimum	Maksimum
Persalinan oleh Tenaga Kesehatan	91,878	24,655	81,53	100
Ibu hamil Mendapatkan Tablet Fe3	84,76	45,37	67,6	99,14
Komplikasi Kebidanan yang ditangani	86,6	118,73	60,81	100
Wanita Kawin dengan Usia Perkawinan Pertama ≤ 18 tahun	15,09	39,98	5,22	29,18
Wanita Kawin dengan Tingkat Pendidikan SD ke-bawah	12,241	14,844	3,740	19,560

Rata-rata persentase persalinan oleh tenaga medis sebesar 91,88 persen di mana kota Kediri dan kabupaten Sidoarjo memiliki persentase tertinggi sebesar 100 persen dan kota Blitar dan kabupaten Situbondo memiliki persentase terendah sebesar 82 persen. Rata-rata persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 sebesar 84,76 persen di mana kota Malang memiliki persentase tertinggi sebesar 99,14 persen dan kota Pasuruan memiliki persentase terendah sebesar 68 persen. Rata-rata komplikasi kebidanan yang ditangani sebesar 100 persen di mana kabupaten Lumajang, Bondowoso, Probolinggo, Bojonegoro dan kota Madiun memiliki persentase tertinggi sedangkan kabupaten Bangkalan memiliki persentase terendah sebesar 61 persen. Rata-rata persentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun sebesar 15,09 persen di mana kabupaten Bondowoso memiliki persentase tertinggi yaitu sebesar 29 persen sedangkan kota Kediri memiliki persentase terendah sebesar 5 persen. Rata-rata persentase wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD ke bawah adalah sebesar 12,241 persen dimana kabupaten Bondowoso memiliki persentase tertinggi yaitu sebesar 19,56 persen dan kota Madiun memiliki persentase terendah sebesar 3,74 persen.

4.3.2 Pemeriksaan Korelasi Variabel Respon

Analisis regresi bivariat mengasumsikan adanya korelasi antara variabel respon. Koefisien korelasi antar variabel respon dapat menunjukkan apakah jumlah kasus kematian ibu berkorelasi dengan jumlah kasus kematian bayi. Dengan menggunakan persamaan (2.45) diperoleh koefisien korelasi antar variabel respon sebesar 0,74. Hipotesis yang digunakan untuk pengujian korelasi :

H_0 : Tidak ada hubungan antara Y_1 dan Y_2

H_1 : Terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2

Statistik uji yang digunakan pada pengujian ini adalah

$$t = \frac{0,74\sqrt{38-2}}{\sqrt{1-(0,74)^2}} = 6,601181$$

Nilai $t_{hitung} = 6,601181$ lebih besar dibandingkan $t_{\left(\frac{0,05}{2}; 38-2\right)} = 2,028$ dan nilai p-value sebesar $0,001 < \alpha (0,05)$, dapat disimpulkan bahwa hipotesis nol ditolak. Kesimpulan yang dihasilkan adalah terdapat hubungan yang signifikan antara jumlah kasus kematian ibu dan jumlah kasus kematian bayi di Jawa Timur tahun 2013

4.3.3 Pengujian Distribusi Bivariat Poisson

Analisis GWBGPR mengasumsikan bahwa variabel respon yang digunakan mengikuti distribusi bivariat poisson. Pengujian distribusi bivariat poisson dilakukan dengan menggunakan persamaan (2.5). Hipotesis yang digunakan adalah

$$H_0 : F(x) = F_0(x) \text{ untuk } Y_1 \text{ dan } Y_2$$

$$H_1 : F(x) \neq F_0(x) \text{ untuk } Y_1 \text{ dan } Y_2$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$I_B = \frac{38 \left((16,894)(9535,195) - 2(801,284)^2 + (152,447)(122,884) \right)}{\left((16,894)(152,447) - (801,284)^2 \right)} = 65,620$$

Nilai $I_B = 65,620$ lebih kecil dibandingkan $\chi^2_{(73;0,05)} = 93,945$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa hipotesis nol gagal ditolak. Kesimpulan yang dihasilkan adalah variabel respon (Y_1 dan Y_2) mengikuti distribusi bivariat poisson.

4.3.4 Pemeriksaan Multikolinieritas

Pemeriksaan multikolinieritas dilakukan untuk mengetahui apakah terdapat kasus multikolinieritas antar variabel prediktor. Beberapa cara untuk memeriksa adanya kasus multikolinieritas adalah dengan melihat nilai korelasi antar variabel prediktor dan juga melihat nilai *Variance Inflation Factor* (VIF). Cara pertama adalah dengan melihat koefisien korelasi antar variabel prediktor, apabila nilai tersebut melebihi $\pm 0,95$ maka dikatakan terjadi multikolinieritas.

Tabel 4.3 Nilai Koefisien Korelasi Variabel Prediktor

	X₁	X₂	X₃	X₄
X ₂	0,385			
X ₃	-0,037	0,043		
X ₄	-0,284	-0,186	0,050	
X ₅	-0,245	-0,187	-0,004	0,850

Berdasarkan Tabel 4.3, terlihat bahwa korelasi antar variabel prediktor yang digunakan tidak ada yang melebihi $\pm 0,95$ maka dapat dikatakan tidak terjadi multikolinieritas pada variabel prediktor yang digunakan. Namun untuk melihat multikolinieritas yang lebih valid menggunakan kriteria VIF.

Menurut Li (2000) nilai VIF yang lebih dari 10 merupakan bukti bahwa terdapat multikolinieritas antar variabel prediktor yang digunakan. Hasil pemeriksaan multikolinieritas disajikan pada Tabel 4.4

Tabel 4.4 Hasil Pemeriksaan Multikolinieritas

Respon	Prediktor	R^2	VIF	Kesimpulan
X ₁	X ₂ ,X ₃ ,X ₄ ,X ₅	0,197	1,2453	Tidak Terjadi Kasus Multikolinieritas
X ₂	X ₁ ,X ₃ ,X ₄ ,X ₅	0,161	1,1919	
X ₃	X ₁ ,X ₂ ,X ₄ ,X ₅	0,014	1,0142	
X ₄	X ₁ ,X ₂ ,X ₃ ,X ₅	0,731	3,7175	
X ₅	X ₁ ,X ₂ ,X ₃ ,X ₄	0,726	3,6496	

Berdasarkan Tabel 4.4, seluruh variabel prediktor mempunyai nilai $VIF < 10$, sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat kasus multikolinieritas pada lima variabel prediktor yang digunakan. Oleh karena itu, semua variabel prediktor tersebut dapat digunakan dalam pemodelan menggunakan regresi bivariat generalized poisson dan GWBGPR.

4.3.5 Pemodelan Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Kematian Ibu di Jawa

Timur Tahun 2013 dengan Bivariate Generalized Poisson Regression

Jumlah kasus kematian bayi dan kematian ibu di Jawa Timur tahun 2013 mengikuti distribusi bivariat poisson dan mengalami overdispersi pada datanya. Salah satu metode yang tepat untuk memodelkan data yang mengikuti distribusi bivariat poisson dan mengalami overdispersi pada datanya adalah Bivariate Generalized Poisson Regression. Penaksiran parameter model Bivariate Generalized Poisson Regression menghasilkan nilai taksiran yang bersifat global atau sama untuk masing-masing kabupaten/kota di Jawa Timur, sehingga faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi di

Jawa Timur dianggap sama untuk setiap kabupaten/kota. Berdasarkan hasil dari Lampiran 7 diperoleh nilai taksiran parameter model *Bivariate Generalized Poisson Regression* yang disajikan pada Tabel 4.5 berikut ini.

Tabel 4.5 Hasil Penaksiran Parameter BGPR

Parameter	Nilai Taksiran	SE	Z	P-value
$\beta_{1,0}$	5,10163	0,06887	74,07629	0,00000
$\beta_{1,1}$	-0,02640	0,00078	-33,84736	0,00000
$\beta_{1,2}$	0,02018	0,0007	28,82417	0,00000
$\beta_{1,3}$	-0,00085	0,00031	-2,75194	0,00592
$\beta_{1,4}$	-0,00223	0,001	-2,22950	0,02578
$\beta_{1,5}$	0,05320	0,00179	29,72042	0,00000
$\beta_{2,0}$	0,12781	0,20243	0,63138	0,52779
$\beta_{2,1}$	-0,01434	0,00226	-6,34606	0,00000
$\beta_{2,2}$	0,03723	0,00205	18,16140	0,00000
$\beta_{2,3}$	0,00096	0,00091	1,06034	0,28899
$\beta_{2,4}$	-0,00192	0,00306	-0,62808	0,52995
$\beta_{2,5}$	0,05416	0,00532	10,17996	0,00000
λ_0	1,35260	0,006	225,43367	0,00000
α_0	0,00859	0,00032	26,83065	0,00000
α_1	72,56238	0,2073	350,03560	0,00000
α_2	9,96240	0,10175	97,91052	0,00000

Pemodelan jumlah kasus kematian bayi dan jumlah kematian ibu dengan Bivariate Generalized Poisson Regression menghasilkan kesimpulan bahwa dengan menggunakan taraf signifikansi 5% faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian bayi adalah variabel persentase persalinan oleh tenaga kesehatan, persentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3, persentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun, presentase komplikasi kebidanan yang ditangani dan persentase wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah. Sedangkan untuk jumlah kematian ibu adalah variabel presentase persalinan oleh tenaga kesehatan, presentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 dan presentase wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah.

Kebaikan model regresi bivariat generalized poisson dapat dilihat dengan nilai devians dari model yang terbentuk. Berdasarkan hasil output pada Lampiran 7 maka diperoleh nilai devians sebesar 473,476 dan nilai $\chi^2_{(0,05;10)}$ adalah 18,3070.

Keputusan pengujian ini adalah tolak H_0 karena nilai $D(\hat{\theta}) > \chi^2_{(0,05;10)}$ yang berarti bahwa seluruh parameter secara bersama-sama mempunyai pengaruh dalam model.

4.3.6 Pengujian Heterogenitas Spasial pada Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu

Perbedaan karakteristik antar wilayah yang satu dengan wilayah yang lain menyebabkan terjadinya heterogenitas atau keragaman spasial. Adanya keragaman spasial pada data jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi serta faktor-faktor yang mempengaruhinya diidentifikasi dengan menggunakan uji Glejser dengan hipotesis sebagai berikut.

$H_0 : \Sigma_1 = \Sigma_2 = \dots = \Sigma_n = \Sigma$ (tidak terdapat heterogenitas spasial)

$H_1 : \text{minimal ada 1 } \Sigma_i \neq \Sigma ; i = 1, 2, \dots, n$ (terdapat heterogenitas spasial)

Berdasarkan hasil pengujian heterogenitas spasial pada Lampiran 8, statistik uji G adalah sebesar -64,70294 dan nilai $\chi^2_{(0,05;10)} = 18,3070$. Keputusan pengujian adalah Tolak H_0 karena nilai $|G| > \chi^2_{(0,05;10)}$ yang berarti bahwa jumlah kasus kematian bayi dan jumlah kematian ibu di Jawa Timur mempunyai heterogenitas atau keragaman spasial antar wilayah

4.3.7 Pemodelan Jumlah Kasus Kematian Bayi dan Jumlah Kasus Kematian Ibu di Jawa Timur Tahun 2013 dengan Geographically Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression

Pemodelan GWBGPR melibatkan faktor geografis dari setiap kabupaten/kota yang diwakili oleh titik koordinat garis lintang selatan (LS) dan garis bujur timur (BT). Informasi letak geografis tersebut kemudian digunakan untuk menghitung jarak Euclid antar lokasi pengamatan.

Penelitian ini menggunakan *bandwidth* dengan fungsi *adaptive bisquare* kernel karena menghasilkan matriks pembobot yang lebih representatif dalam menggambarkan keragaman spasial antara satu lokasi dengan lokasi lain. Penentuan *bandwidth* dilakukan dengan metode *Generalized Cross Validation (GCV)*. Setelah diperoleh nilai *bandwidth* maka diperoleh matriks pembobot spasial dengan memasukkan nilai *bandwidth* dan jarak Euclid. Matriks pembobot

spasial yang diperoleh untuk tiap-tiap lokasi tersebut digunakan untuk mengestimasi parameter model GWBGPR sehingga setiap lokasi memiliki model yang berbeda.

Pengujian selanjutnya yang perlu dilakukan adalah pengujian signifikansi model GWBGPR secara serentak. Pengujian signifikansi model GWBGPR secara serentak dilakukan untuk menguji apakah secara bersama-sama variabel prediktor berpengaruh terhadap model. Hipotesis yang digunakan adalah.

$$H_0 : \beta_{j1}(u_i, v_i) = \beta_{j2}(u_i, v_i) = \dots = \beta_{jk}(u_i, v_i) = 0; j = 1, 2 \text{ dan}$$

$$\alpha_1(u_i, v_i) = \alpha_2(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_{jk}(u_i, v_i) \neq 0; \text{ dengan } j=1, 2 \text{ dan } k=1, 2, \dots, k$$

$$\text{ada salah satu } \alpha_j(u_i, v_i) \neq 0; j = 1, 2$$

Berdasarkan hasil analisis pada Lampiran 13 didapatkan nilai devians sebesar 25428,05 dan nilai $\chi^2_{(0,05;10)}$ adalah 18,3070. Keputusan pengujian ini adalah tolak

H_0 karena nilai $D(\hat{\theta}) > \chi^2_{(0,05;10)}$ yang berarti bahwa seluruh parameter secara bersama-sama mempunyai pengaruh dalam model.

Pengujian signifikansi model GWBGPR secara parsial dilakukan untuk mengetahui faktor-faktor apa saja yang berpengaruh signifikan di setiap wilayah.

Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_{jl}(u_i, v_i) = 0 \quad \text{dan} \quad H_0 : \alpha_j(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1 : \beta_{jl}(u_i, v_i) \neq 0 \quad H_1 : \alpha_j(u_i, v_i) \neq 0$$

Pengujian parsial GWBGPR menghasilkan parameter pada masing-masing kabupaten/kota. Hasil taksiran parameter model GWBGPR selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 14. Variabel prediktor yang berpengaruh signifikan pada jumlah kematian bayi dan kematian ibu untuk masing-masing kabupaten/kota selengkapnya disajikan pada Tabel 4.7 berikut.

Tabel 4.7. Variabel yang Signifikan di Tiap Kab/Kota di Jawa Timur

Kabupaten/Kota	Jumlah Kematian Bayi	Jumlah Kematian Ibu
1.Pacitan	X ₁ ,X ₂ ,X ₃ ,X ₅	X ₁ ,X ₂ ,X ₅
2.Ponorogo	X ₁ ,X ₂ ,X ₃ ,X ₅	X ₁ ,X ₂ ,X ₅
3.Trenggalek	X ₁ ,X ₂ ,X ₄ ,X ₅	X ₁ ,X ₂ ,X ₅
4.Tulungagung	X ₁ ,X ₂ ,X ₄ ,X ₅	X ₁ ,X ₂ ,X ₅

Tabel 4.7. Variabel yang Signifikan di Tiap Kab/Kota di Jawa Timur (Lanjutan)

Kabupaten/Kota	Jumlah Kematian Bayi	Jumlah Kematian Ibu
5. Blitar	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
6. Kediri	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
7. Malang	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
8. Lumajang	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
9. Jember	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
10. Banyuwangi	X_1, X_2, X_3, X_5	X_1, X_2, X_5
11. Bondowoso	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
12. Situbondo	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
13. Probolinggo	X_1, X_2, X_3, X_5	X_1, X_2, X_5
14. Pasuruan	X_1, X_2, X_3, X_5	X_1, X_2, X_5
15. Sidoarjo	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
16. Mojokerto	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
17. Jombang	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
18. Nganjuk	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
19. Madiun	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
20. Magetan	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
21. Ngawi	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
22. Bojonegoro	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
23. Tuban	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
24. Lamongan	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
25. Gresik	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
26. Bangkalan	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
27. Sampang	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
28. Pamekasan	X_1, X_2, X_3, X_5	X_1, X_2, X_5
29. Sumenep	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
30. Kota Kediri	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
31. Kota Blitar	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
32. Kota Malang	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
33. Kota Probolinggo	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
34. Kota Pasuruan	X_1, X_2, X_3, X_5	X_1, X_2, X_5
35. Kota Mojokerto	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
36. Kota Madiun	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
37. Kota Surabaya	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5
38. Kota Batu	X_1, X_2, X_4, X_5	X_1, X_2, X_5

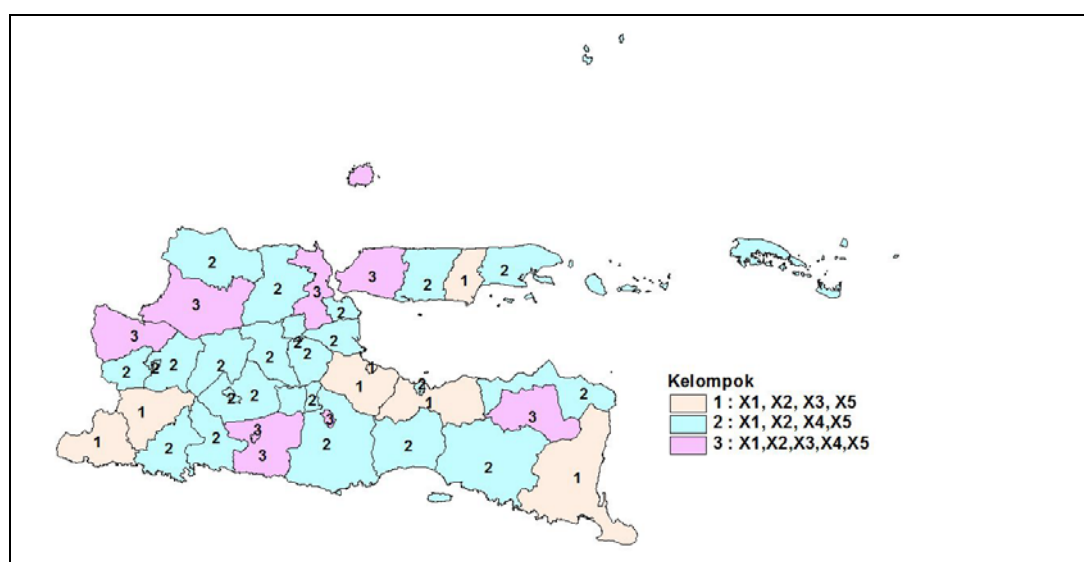
Pada tabel 4.7 menjelaskan bahwa pembobot fungsi Adaptive Bisquare Kernel pada kasus jumlah kematian bayi menghasilkan 3 kelompok kab/kota berdasarkan kesamaan variabel prediktor yang signifikan sedangkan pada kasus jumlah kematian ibu hanya menghasilkan 1 kelompok kabupaten/kota. Pembagian

kelompok kabupaten/kota berdasarkan variabel prediktor yang signifikan pada jumlah kematian bayi disajikan pada Tabel 4.8 berikut.

Tabel 4.8 Pengelompokan Kab/Kota di Jawa Timur Pada Kasus Jumlah Kematian Bayi

Kelompok	Kabupaten/kota	Variabel yang signifikan
1	Pacitan,Ponorogo, Banyuwangi, Probolinggo, Pasuruan, Pamekasan, Kota Pasuruan	X_1, X_2, X_3, X_5
2	Trenggalek, Tulungagung, Kediri, Malang, Lumajang, Jember, Situbondo, Sidoarjo, Mojokerto, Jombang, Nganjuk, Madiun, Magetan, Tuban, Lamongan, Sampang, Sumenep, Kota Kediri, Kota Probolinggo, Kota Mojokerto, Kota Madiun, Kota Surabaya, Kota Batu	X_1, X_2, X_4, X_5
3	Blitar, Bondowoso, Ngawi, Bojonegoro, Gresik, Bangkalan, Kota Blitar, Kota Malang	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5

Pengelompokan Kabupaten/Kota pada Tabel 4.8 digambarkan dalam peta Jawa Timur sebagai berikut.



Gambar 4.3 Peta Pengelompokan Kab/Kota di Jawa Timur berdasarkan variabel yang signifikan pada kasus Jumlah Kematian Bayi

Statistika deskriptif dari masing-masing variabel berdasarkan kelompok pada kasus jumlah kematian bayi akan dijelaskan pada Tabel 4.9

Tabel 4.9 Statistika Deskriptif Tiap Kelompok pada Kasus Jumlah Kematian Bayi

Variabel		Kelompok 1	Kelompok 2	Kelompok 3
Y	Mean	134,571	158,913	149,500
	Varians	5521,619	12851,901	6171,143
X1	Mean	89,706	92,800	91,126
	Varians	13,230	26,079	28,859
X2	Mean	81,543	85,853	84,418
	Varians	45,494	37,310	69,134
X3	Mean	89,163	85,320	88,043
	Varians	90,127	90,283	252,226
X4	Mean	16,256	14,690	15,198
	Varians	34,131	41,186	50,747
X5	Mean	14,126	11,637	12,330
	Varians	8,513	13,771	23,123

Berdasarkan Tabel 4.9 terlihat bahwa kelompok 2 memiliki rata-rata jumlah kasus kematian bayi tertinggi diantara kelompok lainnya. Rata-rata presentase persalinan oleh tenaga kesehatan tidak berbeda jauh antara kelompok 1, 2 dan 3, namun kelompok 2 memiliki rata-rata yang paling tinggi dan kelompok 1 memiliki rata-rata yang paling rendah. Rata-rata presentase ibu hamil mendapatkan tablet Fe3 tidak berbeda jauh antara kelompok 1, 2 dan 3, namun kelompok 2 memiliki rata-rata yang paling tinggi dan kelompok 1 memiliki rata-rata yang paling rendah. Kelompok 3 memiliki rata-rata komplikasi kebidanan yang ditangani tertinggi diantara 2 kelompok lainnya. Rata-rata presentase wanita kawin dengan umur perkawinan pertama dibawah usia 18 tahun pada setiap kelompok tidak berbeda jauh, namun kelompok 2 memiliki rata-rata terendah dan kelompok 1 memiliki rata-rata tertinggi. Pengelompokan untuk variabel presentase wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD kebawah menghasilkan kesimpulan bahwa rata-rata paling tinggi terdapat pada kelompok 1 dan rata-rata paling rendah adalah kelompok 2

Berdasarkan pengujian parameter secara parsial, sebagai contoh akan disajikan pengujian parameter pada lokasi penelitian pertama yaitu Kabupaten Pacitan pada Tabel 4.10 berikut.

Tabel 4.10 Pengujian Parameter Model GWBGPR di Kabupaten Pacitan dengan Pembobot Adaptive Bisquare Kernel

Parameter	Nilai Taksiran	SE	Z	P-value
$\beta_{1,0}$	5,0543	0,08211	61,5558	0,0000*
$\beta_{1,1}$	-0,0262	0,00092	-28,436	0,0000*
$\beta_{1,2}$	0,0206	0,00086	23,9481	0,0000*
$\beta_{1,3}$	-0,0011	0,00036	-3,0048	0,0027*
$\beta_{1,4}$	-0,0023	0,00128	-1,8202	0,0687
$\beta_{1,5}$	0,0542	0,00217	24,9567	0,0000*
$\beta_{2,0}$	0,1277	0,23826	0,53603	0,5919
$\beta_{2,1}$	-0,0141	0,00264	-5,337	0,0000*
$\beta_{2,2}$	0,0372	0,00253	14,7124	0,0000*
$\beta_{2,3}$	0,0008	0,00107	0,73015	0,4653
$\beta_{2,4}$	-0,0023	0,0039	-0,5811	0,5612
$\beta_{2,5}$	0,0545	0,0065	8,4451	0,0000*
λ_0	1,3355	0,0066	202,038	0,0000
α_0	0,0091	0,0003	27,7256	0,0000
α_1	72,5624	0,2269	319,841	0,0000
α_2	10,4593	0,1113	94,0166	0,0000

Berdasarkan Tabel 4.10 maka dapat disimpulkan bahwa terdapat 4 variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian bayi dan 3 variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu. Model GWBGPR untuk kabupaten Pacitan dapat dituliskan sebagai berikut.

a. Jumlah Kematian Bayi

$$\hat{\lambda}_1 = \exp(5,0543 - 0,0262X_1 + 0,0206X_2 - 0,0011X_3 - 0,0023X_4 + 0,0542X_5)$$

Dari model diatas dapat disimpulkan bahwa setiap penambahan 1% ibu bersalin yang ditolong oleh tenaga kesehatan (X_1) maka akan menurunkan rata-rata jumlah kematian bayi sebanyak $\exp(-0,0262) = 0,9741$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% ibu hamil yang mendapatkan tablet Fe3 selama proses kehamilannya (X_2) maka akan meningkatkan rata-rata jumlah kematian bayi sebanyak $\exp(0,0206) = 1,02655$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% komplikasi kebidanan yang dialami oleh ibu hamil, bersalin dan nifas yang ditangani oleh tenaga kesehatan (X_3) maka akan menurunkan rata-rata jumlah kematian bayi sebanyak $\exp(-0,0011)=0,9989$ kali

dengan asumsi variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD ke bawah maka akan menaikkan rata-rata jumlah kematian bayi sebesar $\exp(0,0542)=1,0556$ kali dengan asumsi variabel lain konstan

b. Jumlah Kematian Ibu

$$\hat{\lambda}_2 = \exp(0,1277 - 0,0141X_1 + 0,0372X_2 + 0,0008X_3 - 0,0023X_4 + 0,0545X_5)$$

Dari model diatas dapat disimpulkan bahwa setiap penambahan 1% ibu bersalin yang ditolong oleh tenaga kesehatan (X_1) maka akan menurunkan rata-rata jumlah kematian ibu sebesar $\exp(-0,0141)=0,9859$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% ibu hamil yang mendapatkan tablet Fe3 selama proses kehamilannya (X_2) maka akan menaikkan rata-rata jumlah kematian ibu sebesar $\exp(0,0372)=1,0379$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% wanita kawin dengan tingkat pendidikan SD ke bawah (X_5) maka akan menaikkan rata-rata jumlah kematian ibu sebesar $\exp(0,0542)=1,056$ kali dengan asumsi variabel lain konstan.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

Lampiran 1. Penurunan Fungsi *Likelihood* GWBGPR (dibawah populasi)

$$\begin{aligned}
 f(y_{1i}, y_{2i}) &= \lambda_0(u_i, v_i) \lambda_{1i^*}(u_i, v_i) \lambda_{2i^*}(u_i, v_i) \exp\left\{-\left(\lambda_0(u_i, v_i) + \lambda_{1i}(u_i, v_i) + \lambda_{2i^*}(u_i, v_i)\right) - y_{1i^*}\alpha_1(u_i, v_i) - y_{2i^*}\alpha_2(u_i, v_i)\right\} \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{\left(\lambda_{1i^*}(u_i, v_i) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i)\right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{(y_{1i^*} - k)!} \\
 &\quad \frac{\left(\lambda_{2i^*}(u_i, v_i) + (y_{2i^*} - k)\alpha_2(u_i, v_i)\right)^{y_{2i^*} - k - 1}}{(y_{2i^*} - k)!} \frac{\left(\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i)\right)^{k-1}}{k!} \left(\exp\left(k\left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i)\right)\right)\right) \\
 L(\lambda_0(u_i, v_i), \lambda_{1i}(u_i, v_i), \lambda_{2i}(u_i, v_i), \alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i)) &= \prod_{i^*=1}^n \lambda_0(u_i, v_i) \lambda_{1i^*}(u_i, v_i) \lambda_{2i^*}(u_i, v_i) \exp\left\{-\left(\lambda_0(u_i, v_i) + \lambda_{1i}(u_i, v_i) + \lambda_{2i^*}(u_i, v_i)\right) - y_{1i^*}\alpha_1(u_i, v_i) - y_{2i^*}\alpha_2(u_i, v_i)\right\} \\
 \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} &\frac{\left(\lambda_{1i^*}(u_i, v_i) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i)\right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{(y_{1i^*} - k)!} \frac{\left(\lambda_{2i^*}(u_i, v_i) + (y_{2i^*} - k)\alpha_2(u_i, v_i)\right)^{y_{2i^*} - k - 1}}{(y_{2i^*} - k)!} \frac{\left(\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i)\right)^{k-1}}{k!} \left(\exp\left(k\left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i)\right)\right)\right) \\
 Q = \ln L(\lambda_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \beta_2(u_i, v_i), \alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_0(u_i, v_i)) & \\
 = \ln \prod_{i^*=1}^n \lambda_0(u_i, v_i) \lambda_{1i^*}(u_i, v_i) \lambda_{2i^*}(u_i, v_i) \exp\left\{-\left(\lambda_0(u_i, v_i) + \lambda_{1i}(u_i, v_i) + \lambda_{2i^*}(u_i, v_i)\right) - y_{1i^*}\alpha_1(u_i, v_i) - y_{2i^*}\alpha_2(u_i, v_i)\right\} &\sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{\left(\lambda_{1i^*}(u_i, v_i) + (y_{1i^*} - k)\alpha_1(u_i, v_i)\right)^{y_{1i^*} - k - 1}}{(y_{1i^*} - k)!} \\
 \frac{\left(\lambda_{2i^*}(u_i, v_i) + (y_{2i^*} - k)\alpha_2(u_i, v_i)\right)^{y_{2i^*} - k - 1}}{(y_{2i^*} - k)!} \frac{\left(\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i)\right)^{k-1}}{k!} &\left(\exp\left(k\left(\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) - \alpha_0(u_i, v_i)\right)\right)\right)
 \end{aligned}$$

Bentuk fungsi ln likelihood dengan pembobot geografis (w_{ii^*})

$$\begin{aligned}
 Q^* &= \sum_{i^*=1}^n \ln \lambda_0(u_i, v_i)(w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \ln \left(e^{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) (w_{ii^*}) - n \lambda_0(u_i, v_i)(w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\beta}_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) (w_{ii^*}) \\
 &\quad + \sum_{i^*=1}^n \ln \left(e^{\mathbf{x}\tilde{\beta}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) (w_{ii^*}) - \sum_{i^*=1}^n y_{1i^*}\alpha_1(u_i, v_i)(w_{ii^*}) - \sum_{i^*=1}^n y_{2i^*}\alpha_2(u_i, v_i)(w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \ln B_{i^*}(w_{ii^*})
 \end{aligned}$$

Lampiran 1. (Lanjutan)

Turunan pertama terhadap $\lambda_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \left(-\frac{n}{\lambda_0(u_i, v_i)} - 3n \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{-(y_{1i^*} - k - 1)}{\left[\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]} + \left(\frac{-(y_{2i^*} - k - 1)}{\left[\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]} + \frac{(k-1)}{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))} \right) \right] (w_{ii^*})$$

Kemudian diubah kedalam bentuk

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} = & \sum_{i^*=1}^n \left(-n(\lambda_0(u_i, v_i))^{-1} - 3n \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[-(y_{1i^*} - k - 1) \left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{-1} \right. \\ & \left. + \left[-(y_{2i^*} - k - 1) \left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{-1} \right. \right. \\ & \left. \left. + (k-1) (\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{-1} \right] (w_{ii^*}) \right] \end{aligned}$$

Turunan kedua $\lambda_0(u_i, v_i)$ terhadap $\lambda_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q^*}{\partial (\lambda_0(u_i, v_i))^2} = \sum_{i^*=1}^n \frac{n}{\lambda_0(u_i, v_i)} (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{-(y_{1i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^2} + \left(\frac{-(y_{2i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^2} + \frac{(k-1)}{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^2} \right) \right] (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\lambda_0(u_i, v_i)$ terhadap $\beta_1(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \beta_1(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{(y_{1i^*} - k - 1) e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} (\mathbf{x}_{i^*}^T)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^2} (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\lambda_0(u_i, v_i)$ terhadap $\beta_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \beta_2(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{(y_{2i^*} - k - 1) e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} (\mathbf{x}_{i^*}^T)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^2} (w_{ii^*})$$

Lampiran 1. (Lanjutan)

Turunan kedua $\lambda_0(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \alpha_1(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{(y_{1i^*} - k)(y_{1i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^2} (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\lambda_0(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \alpha_2(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{(y_{2i^*} - k)(y_{2i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^2} (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\lambda_0(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \alpha_0(u_i, v_i)} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{-k(k-1)}{\left(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i) \right)^2} (w_{ii^*})$$

Turunan pertama terhadap $\beta_1(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)}} \left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_i^*) \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_i^*) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{(y_{1i^*} - k - 1) \left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_i^*)}{\left[\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]} (w_{ii^*})$$

Kemudian diubah kedalam bentuk

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n (\mathbf{x}_i^*) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_i^*) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} (y_{1i^*} - k - 1) \left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_i^*) \left[\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]^{-1} (w_{ii^*})$$

Lampiran 1. (Lanjutan)

Turunan kedua $\beta_1(u_i, v_i)$ terhadap $\beta_1^T(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_1^T(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\mathbf{x}^{\tilde{\beta}_1}(u_i, v_i)} \right) \left(\mathbf{x}_i^* \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} (u'v + uv') (w_{ii^*})$$

dengan

$$u = (y_{1i^*} - k - 1) \left[\left(e^{\mathbf{x}^{\tilde{\beta}_1}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]^{-1}$$

$$u' = (y_{1i^*} - k - 1) (-1) \left[\left(e^{\mathbf{x}^{\tilde{\beta}_1}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]^{-2} \left(e^{\mathbf{x}^{\tilde{\beta}_1}(u_i, v_i)} \right) \left(\mathbf{x}_i^* \right)$$

$$v = \left(e^{\mathbf{x}^{\tilde{\beta}_1}(u_i, v_i)} \right) \left(\mathbf{x}_i^* \right)$$

$$v' = \left(\mathbf{x}_i^* \right) \left(e^{\mathbf{x}^{\tilde{\beta}_1}(u_i, v_i)} \right) \left(\mathbf{x}_i^* \right)$$

Sehingga didapatkan turunan kedua $\beta_1(u_i, v_i)$ terhadap $\beta_1^T(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_1^T(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \mathbf{x}_i e^{\mathbf{x}^{\tilde{\beta}_1}(u_i, v_i)} (w_{ii^*}) \mathbf{x}_i \left(1 + \frac{-(y_{1i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}^{\tilde{\beta}_1}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^2} e^{\mathbf{x}^{\tilde{\beta}_1}(u_i, v_i)} + \frac{(y_{1i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}^{\tilde{\beta}_1}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)} \right) (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\beta_1(u_i, v_i)$ terhadap $\beta_2^T(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_2^T(u_i, v_i)} = 0$$

Lampiran 1. (Lanjutan)

Turunan kedua $\beta_1(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \alpha_1(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{-(y_{1i^*} - k - 1) \left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_{i^*}) (y_{1i^*} - k)}{\left[\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]} (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\beta_1(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \alpha_2(u_i, v_i)} = 0$$

Turunan kedua $\beta_1(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \alpha_0(u_i, v_i)} = 0$$

Turunan pertama terhadap $\beta_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)}} \left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_{i^*}) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_{i^*}) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{(y_{2i^*} - k - 1) \left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_{i^*})}{\left[\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]} (w_{ii^*}) \right)$$

Kemudian diubah kedalam bentuk

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n (\mathbf{x}_{i^*}) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_{i^*}) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} (y_{2i^*} - k - 1) \left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_{i^*}) \left[\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]^{-1} (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\beta_2(u_i, v_i)$ terhadap $\beta_2^T(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta_2(u_i, v_i) \partial^2 \beta_2^T(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n (\mathbf{x}_{i^*}) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_{i^*}) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} (u'v + uv') (w_{ii^*})$$

Lampiran 1. (Lanjutan)

dengan

$$u = (y_{2i^*} - k - 1) \left[\left(e^{\mathbf{x}_i^* \tilde{\boldsymbol{\beta}}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]^{-1}$$

$$u' = (y_{2i^*} - k - 1) (-1) \left(e^{\mathbf{x}_i^* \tilde{\boldsymbol{\beta}}_2(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_i^*) \left[\left(e^{\mathbf{x}_i^* \tilde{\boldsymbol{\beta}}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]^{-2}$$

$$v = \left(e^{\mathbf{x}_i^* \tilde{\boldsymbol{\beta}}_2(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_i^*)$$

$$v' = (\mathbf{x}_i^*) \left(e^{\mathbf{x}_i^* \tilde{\boldsymbol{\beta}}_2(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_i^*)$$

Sehingga didapatkan turunan kedua $\boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)$ terhadap $\boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_2^T(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \mathbf{x}_i e^{\mathbf{x}_i^* \tilde{\boldsymbol{\beta}}_2(u_i, v_i)} \mathbf{x}_i \left(1 + \frac{-(y_{2i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}_i^* \tilde{\boldsymbol{\beta}}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)} e^{\mathbf{x}_i^* \tilde{\boldsymbol{\beta}}_2(u_i, v_i)} + \frac{(y_{2i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}_i^* \tilde{\boldsymbol{\beta}}_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)} \right) (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)$ terhadap $\boldsymbol{\beta}_1^T(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}_1^T(u_i, v_i)} = 0$$

Turunan kedua $\boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \boldsymbol{\beta}_2(u_i, v_i) \partial \alpha_1(u_i, v_i)} = 0$$

Lampiran 1. (Lanjutan)

Turunan kedua $\beta_2(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \beta_2(u_i, v_i) \partial \alpha_2(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{-(y_{2i^*} - k)(y_{2i^*} - k - 1) \left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} \right) (\mathbf{x}_{i^*})}{\left[\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]^2} (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\beta_2(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \beta_2(u_i, v_i) \partial \alpha_0(u_i, v_i)} = 0$$

Turunan pertama terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} = - \sum_{i^*=1}^n y_{1i^*} (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{(y_{1i^*} - k - 1)(y_{1i^*} - k)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)} + 1 \right] (w_{ii^*})$$

Kemudian diubah bentuk menjadi

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} = - \sum_{i^*=1}^n y_{1i^*} (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[(y_{1i^*} - k - 1)(y_{1i^*} - k) \left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{-1} + 1 \right] (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\alpha_1(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial (\alpha_1(u_i, v_i))^2} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{-(y_{1i^*} - k - 1)(y_{1i^*} - k)^2}{\left(\left(e^{\mathbf{x}_{i^*}^T \beta_1(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^2} (w_{ii^*})$$

Lampiran 1. (Lanjutan)

Turunan kedua $\alpha_1(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \alpha_1(u_i, v_i) \partial \alpha_2(u_i, v_i)} = 0$$

Turunan kedua $\alpha_1(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \alpha_1(u_i, v_i) \partial \alpha_0(u_i, v_i)} = 0$$

Turunan pertama $\alpha_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} = - \sum_{i^*=1}^n y_{2i^*} (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{(y_{2i^*} - k - 1)(y_{2i^*} - k)}{\left(\left(e^{\mathbf{x}\beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)} \right] (w_{ii^*})$$

Kemudian diubah bentuk menjadi

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} = - \sum_{i^*=1}^n y_{2i^*} (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[(y_{2i^*} - k - 1)(y_{2i^*} - k) \left(\left(e^{\mathbf{x}\beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{-1} \right] (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\alpha_2(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial (\alpha_2(u_i, v_i))^2} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{-(y_{2i^*} - k - 1)(y_{2i^*} - k)^2}{\left(\left(e^{\mathbf{x}\beta_2(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^2} (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\alpha_2(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \alpha_2(u_i, v_i) \partial \alpha_0(u_i, v_i)} = 0$$

Lampiran 1. (Lanjutan)

Turunan pertama $\alpha_0(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left(-1 + \frac{k(k-1)}{(\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i))} \right) (w_{ii^*})$$

Kemudian diubah bentuk menjadi

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left(-1 + k(k-1)(\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i))^{-1} \right) (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\alpha_0(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial (\alpha_0(u_i, v_i))^2} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{-k^2(k-1)}{(\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i))} (w_{ii^*})$$

Lampiran 2. Penurunan Fungsi Likelihood GWBGPR (dibawah H_0)

Turunan pertama terhadap $\lambda_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \left(-\frac{n}{\lambda_0(u_i, v_i)} - 3n \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{-(y_{1i^*} - k - 1)}{\left[\left(e^{\beta_{1.0}} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]} + \left[\frac{-(y_{2i^*} - k - 1)}{\left[\left(e^{\beta_{2.0}} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]} + \frac{(k-1)}{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))} \right] (w_{ii^*})$$

Kemudian diubah kedalam bentuk

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \lambda_0(u_i, v_i)} = & \sum_{i^*=1}^n \left(-n \left(\lambda_0(u_i, v_i) \right)^{-1} - 3n \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} - (y_{1i^*} - k - 1) \left(\left(e^{\beta_{1.0}} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{-1} \\ & + \left[\left(-(y_{2i^*} - k - 1) \right) \left(\left(e^{\beta_{2.0}} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{-1} \right. \\ & \left. + (k-1) \left(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i) \right)^{-1} \right] (w_{ii^*}) \end{aligned}$$

Turunan kedua $\lambda_0(u_i, v_i)$ terhadap $\lambda_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \left(\lambda_0(u_i, v_i) \right)^2} = \sum_{i^*=1}^n \frac{n}{\lambda_0(u_i, v_i)} (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{-(y_{1i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\beta_{1.0}}(u_i, v_i) - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^2} + \left[\frac{-(y_{2i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\beta_{2.0}}(u_i, v_i) - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^2} + \frac{(k-1)}{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^2} \right] (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\lambda_0(u_i, v_i)$ terhadap $\beta_1(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \beta_1(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{(y_{1i^*} - k - 1) e^{\beta_{1.0}}(u_i, v_i)}{\left(\left(e^{\beta_{1.0}}(u_i, v_i) - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^2} (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\lambda_0(u_i, v_i)$ terhadap $\beta_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \beta_2(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{(y_{2i^*} - k - 1) e^{\beta_{2.0}}(u_i, v_i)}{\left(\left(e^{\beta_{2.0}}(u_i, v_i) - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^2} (w_{ii^*})$$

Lampiran 2. (Lanjutan)

Turunan kedua $\lambda_0(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \alpha_1(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{(y_{1i^*} - k)(y_{1i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^2} (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\lambda_0(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \alpha_2(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{(y_{2i^*} - k)(y_{2i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\beta_{2.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^2} (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\lambda_0(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \lambda_0(u_i, v_i) \partial \alpha_0(u_i, v_i)} = \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{-k(k-1)}{\left(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i) \right)^2} (w_{ii^*})$$

Turunan pertama terhadap $\beta_1(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)}} \left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{(y_{1i^*} - k - 1) \left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} \right)}{\left[\left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]} (w_{ii^*})$$

Kemudian diubah kedalam bentuk

$$\frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_1(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \left(\mathbf{x}_i^* \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} (y_{1i^*} - k - 1) \left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} \right) \left[\left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]^{-1} (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\beta_1(u_i, v_i)$ terhadap $\beta_1^T(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_1^T(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} (u'v + uv')(w_{ii^*})$$

Lampiran 2. (Lanjutan)

dengan

$$u = (y_{1i^*} - k - 1) \left[\left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]^{-1}$$

$$u' = (y_{1i^*} - k - 1) (-1) \left[\left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]^{-2} \left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} \right)$$

$$v = \left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} \right)$$

$$v' = \left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} \right)$$

Sehingga didapatkan turunan kedua $\beta_1(u_i, v_i)$ terhadap $\beta_1^T(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_1^T(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} (w_{ii^*}) \left(1 + \frac{-(y_{1i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^2} e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} + \frac{(y_{1i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)} \right) (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\beta_1(u_i, v_i)$ terhadap $\beta_2^T(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \beta_2^T(u_i, v_i)} = 0$$

Turunan kedua $\beta_1(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \alpha_1(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{-(y_{1i^*} - k - 1) \left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} \right) (y_{1i^*} - k)}{\left[\left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]} (w_{ii^*})$$

Lampiran 2. (Lanjutan)

Turunan kedua $\beta_1(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \alpha_2(u_i, v_i)} = 0$$

Turunan kedua $\beta_1(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_1(u_i, v_i) \partial \alpha_0(u_i, v_i)} = 0$$

Turunan pertama terhadap $\beta_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \frac{1}{e^{\beta_{2.0}(u_i, v_i)}} \left(e^{\beta_{2.0}(u_i, v_i)} \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\beta_{2.0}(u_i, v_i)} \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{(y_{2i^*} - k - 1) \left(e^{\beta_{2.0}(u_i, v_i)} \right)}{\left[\left(e^{\beta_{2.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]} (w_{ii^*})$$

Kemudian diubah kedalam bentuk

$$\frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_2(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \left(\mathbf{x}_i^* \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\beta_{2.0}(u_i, v_i)} \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} (y_{2i^*} - k - 1) \left(e^{\beta_{2.0}(u_i, v_i)} \right) \left[\left(e^{\beta_{2.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]^{-1} (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\beta_2(u_i, v_i)$ terhadap $\beta_2^T(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_2(u_i, v_i) \partial^2 \beta_2^T(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \left(e^{\beta_{2.0}(u_i, v_i)} \right) (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} (u'v + uv')(w_{ii^*})$$

dengan

$$u = (y_{2i^*} - k - 1) \left[\left(e^{\beta_{2.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]^{-1}$$

Lampiran 2. (Lanjutan)

$$u' = (y_{2i^*} - k - 1)(-1) \left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} \right) \left[\left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right]^{-2}$$

$$v = \left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} \right)$$

$$v' = \left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} \right)$$

Sehingga didapatkan turunan kedua $\beta_2(u_i, v_i)$ terhadap $\beta_2^T(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_2(u_i, v_i) \partial \beta_2^T(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} \left(1 + \frac{-(y_{2i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)} e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} + \frac{(y_{2i^*} - k - 1)}{\left(\left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)} \right) (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\beta_2(u_i, v_i)$ terhadap $\beta_1^T(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_2(u_i, v_i) \partial \beta_1^T(u_i, v_i)} = 0$$

Turunan kedua $\beta_2(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_2(u_i, v_i) \partial \alpha_1(u_i, v_i)} = 0$$

Turunan kedua $\beta_2(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_2(u_i, v_i) \partial \alpha_2(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{-(y_{2i^*} - k)(y_{2i^*} - k - 1) \left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} \right)}{\left[\left(e^{\beta_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right]^2} (w_{ii^*})$$

Lampiran 2. (Lanjutan)

Turunan kedua $\beta_2(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_2(u_i, v_i) \partial \alpha_0(u_i, v_i)} = 0$$

Turunan pertama terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} = - \sum_{i^*=1}^n y_{1i^*} (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{(y_{1i^*} - k - 1)(y_{1i^*} - k)}{\left(\left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)} + 1 \right] (w_{ii^*})$$

Kemudian diubah bentuk menjadi

$$\frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} = - \sum_{i^*=1}^n y_{1i^*} (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[(y_{1i^*} - k - 1)(y_{1i^*} - k) \left(\left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^{-1} + 1 \right] (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\alpha_1(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial (\alpha_1(u_i, v_i))^2} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{-(y_{1i^*} - k - 1)(y_{1i^*} - k)^2}{\left(\left(e^{\beta_{1.0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{1i^*} - k) \alpha_1(u_i, v_i) \right)^2} (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\alpha_1(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \alpha_1(u_i, v_i) \partial \alpha_2(u_i, v_i)} = 0$$

Turunan kedua $\alpha_1(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \alpha_1(u_i, v_i) \partial \alpha_0(u_i, v_i)} = 0$$

Lampiran 2. (Lanjutan)

Turunan pertama $\alpha_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} = - \sum_{i^*=1}^n y_{2i^*} (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[\frac{(y_{2i^*} - k - 1)(y_{2i^*} - k)}{\left(\left(e^{\mathbb{P}_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)} \right] (w_{ii^*})$$

Kemudian diubah bentuk menjadi

$$\frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} = - \sum_{i^*=1}^n y_{2i^*} (w_{ii^*}) + \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left[(y_{2i^*} - k - 1)(y_{2i^*} - k) \left(\left(e^{\mathbb{P}_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^{-1} \right] (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\alpha_2(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_2(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial (\alpha_2(u_i, v_i))^2} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{-(y_{2i^*} - k - 1)(y_{2i^*} - k)^2}{\left(\left(e^{\mathbb{P}_{2,0}(u_i, v_i)} - \lambda_0(u_i, v_i) \right) + (y_{2i^*} - k) \alpha_2(u_i, v_i) \right)^2} (w_{ii^*})$$

Turunan kedua $\alpha_2(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \alpha_2(u_i, v_i) \partial \alpha_0(u_i, v_i)} = 0$$

Turunan pertama $\alpha_0(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left(-1 + \frac{k(k-1)}{(\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))} \right) (w_{ii^*})$$

Kemudian diubah bentuk menjadi

$$\frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \alpha_0(u_i, v_i)} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \left(-1 + k(k-1) (\lambda_0(u_i, v_i) + k \alpha_0(u_i, v_i))^{-1} \right) (w_{ii^*})$$

Lampiran 2. (Lanjutan)

Turunan kedua $\alpha_0(u_i, v_i)$ terhadap $\alpha_0(u_i, v_i)$ adalah

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial (\alpha_0(u_i, v_i))^2} = \sum_{i^*=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i^*}, y_{2i^*})} \frac{-k^2 (k-1)}{(\lambda_0(u_i, v_i) + k\alpha_0(u_i, v_i))^{w_{ii^*}}}$$

Lampiran 3. Data Jumlah Kematian Bayi dan Jumlah Kematian Ibu di Jawa Timur Tahun 2013.

Kabupaten / Kota			Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
	ui	vi							
1,Pacitan	7,36	111,53	79	10	87,6	81,92	96,81	11,21	16,74
2,Ponorogo	7,24	111,26	170	12	87,77	84,45	91,73	11,83	11,84
3,Trenggalek	7,12	113,15	70	10	93,5	83,63	94,21	16,2	15,43
4,Tulungagung	7	113,51	124	17	89,03	84,71	68,45	13,85	12,94
5,Blitar	8,02	111,42	251	16	86,52	82,02	65,14	13,3	13,2
6, Kediri	8,16	113,32	227	34	91,78	88,73	84,61	11,35	11,37
7, Malang	7,47	112,74	193	39	99,99	90,52	80,18	16,25	14,57
8,Lumajang	7,54	113,49	237	23	98,98	88,44	100	21,19	16,27
9,Jember	7,59	112,37	420	36	82,92	77,94	81,57	22,83	15,94
10,Banyuwangi	7,52	111,57	191	33	89,34	84,64	82,06	17,76	13,56
11,Bondowoso	8,03	112	187	22	91,39	85,57	100	29,18	19,56
12,Situbondo	7,09	112,24	136	17	81,63	76	87,28	28	15,76
13,Probolinggo	7,09	111,53	201	12	87,11	78,92	100	25,7	17,41
14,Pasuruan	7,39	111,19	206	28	89,99	85,73	86,51	17,62	15,79
15,Sidoarjo	7,07	112,24	316	26	100	85,07	68,4	5,84	6,04
16,Mojokerto	7,27	112,42	129	22	87,99	76,36	89,7	13,57	11,03
17,Jombang	8,08	113,56	277	18	88,19	85,79	95,11	12,86	10
18,Nganjuk	7,32	112,42	365	24	87,82	77,69	92,68	13,66	13,26
19,Madiun	7,43	113,56	97	11	90,46	88,77	76,38	13,28	12,51
20,Magetan	7,57	112,92	100	8	91,87	90,2	90,29	14,28	13,05
21,Ngawi	7,32	112,13	85	12	92,95	90,58	94,69	15,1	13,91
22,Bojonegoro	8,03	111,53	219	20	97,35	87,04	100	21,39	16,07
23,Tuban	7,1	113,28	171	12	93,45	90,02	80,38	18,69	14,94
24,Lamongan	8,1	114,21	91	17	96,84	85,26	91,31	18,87	10,3
25, Gresik	7,47	112,03	97	22	89,39	81,67	98,07	11,44	9,73
26,Bangkalan	8,11	111,06	123	11	97,63	77,6	60,81	15,16	14,25
27,Sampang	6,52	112,01	216	19	92,35	80,76	89,7	22,92	14,29
28,Pamekasan	7,34	111,26	69	13	88,5	87,54	72,63	20,42	14,42
29,Sumenep	7,02	112,44	57	9	91,85	82,98	70,16	25,17	16,5
30, Kota Kediri	7,58	112,38	28	4	100	79,13	83,89	5,22	7,75
31, Kota Blitar	8,04	112,09	25	1	81,53	71,72	96,22	8,3	5,35
32, Kota Malang	7,38	112,09	209	20	92,25	99,14	89,41	7,71	6,57
33, Kota Probo	7,14	112,44	72	8	92,69	90,64	78,53	11,46	8,93
34, Kota Pasuruan	7,37	111,3	26	2	97,63	67,6	94,4	9,25	9,12
35, Kota Mojokerto	7,28	112,25	33	1	93,16	85,8	81,14	6,1	6,03
36, Kota Madiun	7,45	113,12	24	3	98,33	97,73	100	6,23	3,74
37, Kota Surabaya	7,51	112,31	249	49	96,03	98,23	98,73	7,05	7,46
38, Kota Batu	7,49	112	23	1	95,54	90,22	79,67	13,01	9,54

Lampiran 4. Statistika Deskriptif

Variable	Mean	Variance	Minimum	Maximum
Y1	152,4	9792,9	23,0	420,0
Y2	16,89	126,20	1,00	49,00
X1	91,878	24,655	81,530	100,000
X2	84,76	45,37	67,60	99,14
X3	86,60	118,73	60,81	100,00
X4	15,09	39,98	5,22	29,18
X5	12,241	14,844	3,740	19,560

Lampiran 5. Pengujian Korelasi dan Multikolinieritas

Correlations: X1; X2; X3; X4; X5

	X1	X2	X3	X4
X2	0,385			
X3	-0,037	0,043		
X4	-0,284	-0,186	0,050	
X5	-0,245	-0,187	-0,004	0,850

Regression Analysis: X1 versus X2; X3; X4; X5

The regression equation is

$$X1 = 74,3 + 0,256 X2 - 0,0184 X3 - 0,184 X4 + 0,024 X5$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	74,29	12,15	6,11	0,000
X2	0,2555	0,1174	2,18	0,037
X3	-0,01842	0,07154	-0,26	0,798
X4	-0,1836	0,2342	-0,78	0,439
X5	0,0243	0,3838	0,06	0,950

S = 4,71206 R-Sq = **19,7%** R-Sq(adj) = 9,9%

Regression Analysis: X2 versus X1; X3; X4; X5

The regression equation is

$$X2 = 38,7 + 0,491 X1 + 0,0350 X3 - 0,010 X4 - 0,159 X5$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	38,67	23,67	1,63	0,112
X1	0,4914	0,2257	2,18	0,037
X3	0,03496	0,09912	0,35	0,727
X4	-0,0096	0,3278	-0,03	0,977
X5	-0,1586	0,5316	-0,30	0,767

S = 6,53451 R-Sq = **16,1%** R-Sq(adj) = 5,9%

Regression Analysis: X3 versus X1; X2; X4; X5

The regression equation is

$$X3 = 88,2 - 0,109 X1 + 0,107 X2 + 0,317 X4 - 0,452 X5$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	88,25	40,31	2,19	0,036
X1	-0,1088	0,4227	-0,26	0,798
X2	0,1074	0,3046	0,35	0,727
X4	0,3166	0,5720	0,55	0,584
X5	-0,4516	0,9297	-0,49	0,630

S = 11,4541 R-Sq = **1,4%** R-Sq(adj) = 0,0%

Regression Analysis: X4 versus X1; X2; X3; X5

The regression equation is

$$X4 = 5,3 - 0,100 X1 - 0,0027 X2 + 0,0291 X3 + 1,36 X5$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	5,26	13,04	0,40	0,689
X1	-0,0995	0,1270	-0,78	0,439
X2	-0,00271	0,09243	-0,03	0,977
X3	0,02905	0,05249	0,55	0,584
X5	1,3633	0,1535	8,88	0,000

S = 3,46984 R-Sq = **73,1%** R-Sq(adj) = 69,9%

Regression Analysis: X5 versus X1; X2; X3; X4

The regression equation is

$$X5 = 6,78 + 0,0050 X1 - 0,0170 X2 - 0,0157 X3 + 0,517 X4$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	6,781	7,961	0,85	0,400
X1	0,00500	0,07894	0,06	0,950
X2	-0,01697	0,05685	-0,30	0,767
X3	-0,01572	0,03236	-0,49	0,630
X4	0,51709	0,05824	8,88	0,000

S = 2,13698 R-Sq = **72,6%** R-Sq(adj) = 69,2%

Lampiran 6. Syntax Pengujian Distribusi Bivariat Poisson

```
macro
coba y1 y2
mconstant n y1bar y2bar c f h m11 i j lb v pp pvalue
mcolumn y1 y2 a b d e g
let n=38
let y1bar=mean(y1)
let y2bar=mean(y2)
let a=y1-y1bar
let b=(y1-y1bar)**2
let c=(sum(b))/n
let d=y2-y2bar
let e=(y2-y2bar)**2
let f=(sum(e))/n
let g=a*d
let h=sum(g)
let m11=h/n
let i=((y2bar*c)-(2*(m11**2))+(y1bar*f))*n
let j=(y1bar*y2bar)-(m11**2)
let lb=i/j
let v=3*n-2
cdf lb pp;
chis v.
let pvalue=1-pp
print lb pvalue
endmacro
```

Lampiran 7. Syntax R untuk Penaksiran Parameter dan Pengujian Hipotesis BGPR

```
#Parameter iterasi
alfa0=0.001
epsilon=3
maximum.iteration=100

#Load Data
data=read.csv("D://data_dewi12.csv",header=TRUE,sep=';')
coord=data[(ncol(data)-1):ncol(data)]
data=data[,-c(ncol(data)-1,ncol(data))]

#Load Fungsi Umum
source('D://0-Inisialisasi.R') #--> Sesuaikan
#Load Fungsi BGPR
source('D://1-Di bawah populasi BGPR.R') #--> Sesuaikan
source('D://3-Call BGPR.R') #--> Sesuaikan

#Running inisialisasi dg Poisson Regression
start=inisial(data,alfa0)

#Running BGPR:
Hasil_BGPR=BGPR(data,start,epsilon,maximum.iteration)
#AIC:
(AIC_BGPR=Hasil_BGPR$AIC)
#Error:
(error1.bgpr=Hasil_BGPR$Error1)
(error2.bgpr=Hasil_BGPR$Error2)
```

Lampiran 8. Syntax R untuk Pengujian Heterogenitas Spasial

```
data=read.csv("D://hetero2.csv",header=TRUE,sep=";")
e1=as.matrix((data[,1]))
e2=as.matrix((data[,2]))
x=as.matrix((data[, -c(1,2)]))
n=nrow(data)
k=ncol(x)
e11=e1^2
e22=e2^2
E=cbind(e11,e22)
G=lm(E~x[,1]+x[,2]+x[,3]+x[,4]+x[,5])
g=G$fit
h=G$coef
covar1=(t(E-g)%*(E-g))/n
det1=det(covar1)
#g0=cbind(e1-mean(e1),e2-mean(e2))
g0=cbind(e1-h[1,1],e2-h[1,2])
covar0=(t(g0)%*(g0))/n
det0=det(covar0)
#Gvalue=-(n-2-1-0.5*3)*log(det1/det0)
Gvalue=-(n-k-1-0.5*(2-k+1))*log(det1/det0)
Glejser=pchisq(Gvalue,(2*k),lower.tail=TRUE)
```

Lampiran 9. Syntax R untuk Penghitungan Jarak

```
Folder_simpan="D://Tesis_Dewi/"
data=read.csv("D://data_dewi12.csv",header=TRUE,sep=';') #--> Sesuaikan
coord=data[(ncol(data)-1):ncol(data)]
data=data[,-c(ncol(data)-1,ncol(data))]
#Menghitung Jarak Euclidean
U=coord[,1]
V=coord[,2]
n=nrow(data)
d=matrix(0,n,n)
for (i in 1:n)
{ for (j in 1:n) {d[i,j]=sqrt(((U[i]-U[j])^2)+((V[i]-V[j])^2));} }
write.table(d,paste(Folder_simpan,"jarak.csv",sep=""),sep=";",row.names=
F,col.names = F)
```


Lampiran 10. Jarak Euclidean Antar Lokasi

Kab/Kota	1	2	3	...	37	38
1	0	0,295466	1,637681	...	0,794292	0,487647
2	0,295466	0	1,893806	...	1,084159	0,781089
3	1,637681	1,893806	0	...	0,926121	1,208056
4	2,012461	2,262764	0,379473	...	1,303879	1,587514
5	0,669104	0,796241	1,950103	...	1,025768	0,785684
6	1,960638	2,256103	1,053803	...	1,201083	1,480304
7	1,21499	1,497765	0,539073	...	0,431856	0,74027
8	1,968248	2,250089	0,54037	...	1,180381	1,490839
9	0,870919	1,163873	0,910659	...	0,1	0,383275
10	0,164924	0,417732	1,629847	...	0,740068	0,431045
11	0,818413	1,082451	1,466492	...	0,605392	0,54
12	0,759605	0,991413	0,910494	...	0,425793	0,466476
13	0,27	0,308869	1,620278	...	0,885889	0,617171
14	0,341321	0,165529	1,97851	...	1,12641	0,816149
15	0,766942	0,994636	0,911373	...	0,445533	0,483735
				...		
33	0,936216	1,18423	0,710282	...	0,392173	0,562228
34	0,230217	0,136015	1,866815	...	1,019657	0,710211
35	0,724431	0,990808	0,914112	...	0,237697	0,326497
36	1,592545	1,871817	0,331361	...	0,812219	1,120714
37	0,794292	1,084159	0,926121	...	0	0,310644
38	0,487647	0,781089	1,208056	...	0,310644	0

Lampiran 11. Syntax R untuk Penghitungan Pembobot

```
Folder_simpan="D://Tesis_Dewi/"
#Parameter iterasi
alfa0=0.001
epsilon=3
maximum.iteration=100

#Load Data
data=read.csv("D://data_dewi12.csv",header=TRUE,sep=';') #--> Sesuaikan
coord=data[(ncol(data)-1):ncol(data)]
data=data[,-c(ncol(data)-1,ncol(data))]

#Load Fungsi Umum
source('D://0-Inisialisasi.R')
source('D://2-GCV Pembobot_Golden.R')
#Load Fungsi GWBGPR
source('D://1-Di bawah populasi.R')

#Running inisialisasi dg Poisson Regression
start=inisial(data,alfa0)

#Running pembobot
w=pembobot(data,coord,start)
write.table(w,paste(Folder_simpan,"Pembobot_GWBGPR.csv",sep=""),sep=";",ro
w.names = F,col.names = F)
```

Lampiran 12. Matriks Pembobot Geografis

Kab/Kota	1	2	3	...	37	38
1	1	0,818966	0	...	0,098107	0,549285
2	0,94657	1	0	...	0,403699	0,657295
3	0,868558	0,826317	1	...	0,956958	0,927328
4	0,196792	0,087973	0,960826	...	0,587432	0,427423
5	0,979546	0,971097	0,832987	...	0,952264	0,971853
6	0,865869	0,824468	0,96026	...	0,948532	0,922356
7	0,903543	0,855351	0,980625	...	0,987544	0,963622
8	0,853484	0,810845	0,988552	...	0,945969	0,914522
9	0,988742	0,979939	0,987695	...	0,999851	0,997815
10	0,996098	0,975101	0,654947	...	0,922904	0,973499
11	0	0	0	...	0	0
12	0	0	0	...	0	0
13	0,964599	0,953802	0,127324	...	0,652429	0,822074
14	0,955431	0,989426	0,058896	...	0,56932	0,758874
15	0,996821	0,994656	0,995513	...	0,998927	0,998735
33	0,732045	0,591291	0,840675	...	0,949965	0,898557
34	0,954632	0,984044	0	...	0,302326	0,610915
35	0,957648	0,921522	0,932999	...	0,995396	0,991323
36	0,879591	0,835692	0,994627	...	0,967937	0,939405
37	0,991425	0,984054	0,988352	...	1	0,998686
38	0,980902	0,951371	0,885694	...	0,992228	1

Lampiran 13. Syntax R untuk Pemodelan GWBGPR

```
Folder_simpan="D://Tesis_Dewi/"

#Parameter iterasi
alfa0=0.001
epsilon=3
maximum.iteration=100

#Load Data
data=read.csv("D://data_dewi12.csv",header=TRUE,sep=';')
coord=data[(ncol(data)-1):ncol(data)]
data=data[,-c(ncol(data)-1,ncol(data))]

#Load Fungsi Umum
source('D://0-Inisialisasi.R')
source('D://2-GCV Pembobot_Golden.R')
#Load Fungsi GWBGPR
source('D://1-Di bawah populasi.R')
source('D://3-Call GWBGPR.R')
#Load Fungsi BGPR
source('D://1-Di bawah populasi BGPR.R')
source('D://3-Call BGPR.R')

#Running inisialisasi dg Poisson Regression
start=initial(data,alfa0)

#Running pembobot
w=pembobot(data,coord,start)
write.table(w,paste(Folder_simpan,"Pembobot_GWBGPR.csv",sep=""),sep=";",row.names = F,col.names = F)

#Running BGPR:
Hasil_BGPR=BGPR(data,start,epsilon,maximum.iteration)
#Running GWBGPR:
Hasil_GWBGPR=GWBGPR(data,coord,w,start,epsilon,maximum.iteration,Folder_simpan)
#AIC:
(AIC_BGPR=Hasil_BGPR$AIC)
(AIC_GWBGPR=Hasil_GWBGPR$AIC)
#Error:
(error1.bgpr=Hasil_BGPR$Error1)
(error2.bgpr=Hasil_BGPR$Error2)
(error1.gwbgpr=Hasil_GWBGPR$Error1)
(error2.gwbgpr=Hasil_GWBGPR$Error2)
```

Lampiran 14. Koefisien Parameter untuk Setiap Kab/Kota di Jawa Timur

Lokasi	Beta10	Beta11	Beta12	Beta13	Beta14	Beta15	Beta20
1	5,054347	-0,02616	0,020595	-0,00108	-0,00233	0,054156	0,127714
2	5,040707	-0,0263	0,020918	-0,00117	-0,00251	0,054809	0,127631
3	5,137216	-0,02572	0,018667	-0,00048	-0,00519	0,057007	0,129999
4	5,141009	-0,02568	0,018632	-0,00048	-0,0048	0,056243	0,129948
5	5,04666	-0,02628	0,020648	-0,00105	-0,00388	0,056988	0,128484
6	4,892207	-0,02603	0,020521	-0,00051	-0,00653	0,062951	0,131208
7	5,119609	-0,02577	0,018943	-0,00056	-0,0055	0,057972	0,129439
8	5,110904	-0,02565	0,018977	-0,00058	-0,00453	0,056437	0,129452
9	5,102812	-0,02649	0,019847	-0,00063	-0,00496	0,058053	0,128788
10	5,054297	-0,02615	0,02056	-0,00107	-0,00242	0,054309	0,127802
11	5,089443	-0,02608	0,019813	-0,00084	-0,00519	0,058096	0,129025
12	5,123114	-0,02599	0,019282	-0,00068	-0,00428	0,056207	0,128961
13	5,059687	-0,02616	0,020513	-0,00107	-0,00257	0,054434	0,127762
14	5,037545	-0,02632	0,020984	-0,00119	-0,00258	0,055016	0,127694
15	5,123609	-0,02599	0,019276	-0,00068	-0,00431	0,056248	0,128973
16	5,125666	-0,02593	0,019089	-0,0006	-0,00512	0,057433	0,129227
17	4,916914	-0,02587	0,020138	-0,00046	-0,00613	0,061665	0,131218
18	5,122382	-0,02597	0,019153	-0,00061	-0,00518	0,057597	0,129178
19	5,119358	-0,02563	0,018867	-0,00055	-0,00453	0,056234	0,129555
20	5,112518	-0,02576	0,019014	-0,00057	-0,00528	0,057767	0,129488
21	5,105559	-0,02592	0,019512	-0,00078	-0,00375	0,055481	0,128635
22	5,048949	-0,02625	0,020563	-0,00102	-0,00394	0,057003	0,128498
23	5,139019	-0,0257	0,018633	-0,00047	-0,00504	0,056694	0,130056
24	5,009426	-0,02567	0,019153	-0,00039	-0,00541	0,058499	0,131846
25	5,092292	-0,02591	0,019719	-0,00084	-0,00346	0,055167	0,128437
26	4,819216	-0,02786	0,023456	-0,00103	-0,00668	0,065525	0,130164
27	5,111541	-0,026	0,019416	-0,00072	-0,00522	0,057705	0,129045
28	5,038623	-0,0263	0,020946	-0,00117	-0,00246	0,054778	0,127628
29	5,131581	-0,02592	0,019016	-0,00059	-0,00507	0,057275	0,129301
30	5,103493	-0,02649	0,019836	-0,00062	-0,00498	0,058083	0,128798
31	5,083026	-0,02608	0,019777	-0,00076	-0,00525	0,058413	0,129134
32	5,099613	-0,0259	0,019593	-0,0008	-0,00364	0,055351	0,12854
33	5,130363	-0,02594	0,019039	-0,00059	-0,00507	0,057312	0,129283
34	5,039273	-0,02628	0,02092	-0,00117	-0,00241	0,054668	0,12762
35	5,117123	-0,02594	0,019316	-0,0007	-0,00428	0,056219	0,12891
36	5,118716	-0,02572	0,018893	-0,00054	-0,00508	0,057243	0,129687
37	5,103736	-0,02637	0,019778	-0,00066	-0,00468	0,057449	0,128727
38	5,089614	-0,02593	0,019776	-0,00086	-0,00335	0,055045	0,128391

Lampiran 14. Koefisien Parameter untuk setiap kab/kota di Jawa Timur
(Lanjutan)

Lokasi	Beta21	Beta22	Beta23	Beta24	Beta25	Lamda0
1	-0,01409	0,037222	0,000781	-0,00227	0,054471	1,335468
2	-0,01416	0,037318	0,000757	-0,00243	0,05476	1,33324
3	-0,01353	0,036064	0,001326	-0,00472	0,057553	1,329195
4	-0,01338	0,03594	0,001351	-0,00443	0,0569	1,326123
5	-0,01412	0,037094	0,000886	-0,00366	0,05667	1,32644
6	-0,01463	0,035939	0,001371	-0,00681	0,060953	2,597627
7	-0,01373	0,036328	0,001219	-0,00495	0,058266	1,326634
8	-0,01339	0,036006	0,001297	-0,00418	0,056667	1,324651
9	-0,01437	0,037024	0,001121	-0,00447	0,058236	1,33391
10	-0,01408	0,037199	0,000792	-0,00235	0,054615	1,334789
11	-0,01412	0,036831	0,001087	-0,0042	0,057714	1,326043
12	-0,01387	0,036615	0,00109	-0,00416	0,057171	1,331904
13	-0,01406	0,037166	0,000807	-0,00247	0,054725	1,334647
14	-0,01418	0,037343	0,000752	-0,00249	0,054886	1,33218
15	-0,01387	0,03661	0,001094	-0,00418	0,057205	1,331813
16	-0,01385	0,036505	0,001159	-0,00472	0,058042	1,329422
17	-0,01442	0,03576	0,001397	-0,00639	0,060012	2,594127
18	-0,0139	0,036549	0,001155	-0,00473	0,058104	1,329597
19	-0,01336	0,035966	0,001312	-0,00417	0,056579	1,32477
20	-0,01367	0,036266	0,001239	-0,00479	0,057965	1,326042
21	-0,01388	0,036745	0,001	-0,00359	0,056307	1,33252
22	-0,01409	0,037052	0,000902	-0,00371	0,056733	1,326896
23	-0,01346	0,036	0,001343	-0,0046	0,057279	1,328985
24	-0,014	0,035478	0,001393	-0,00564	0,058093	2,562551
25	-0,01392	0,036843	0,000949	-0,00322	0,055796	1,332632
26	-0,01635	0,037947	0,000973	-0,00692	0,062407	2,612066
27	-0,01379	0,036508	0,001136	-0,00472	0,057837	1,326454
28	-0,01417	0,037333	0,00075	-0,00239	0,05472	1,333318
29	-0,01381	0,036445	0,001183	-0,00473	0,057988	1,329196
30	-0,01437	0,037019	0,001124	-0,00449	0,058265	1,333902
31	-0,01396	0,036693	0,001081	-0,00479	0,058281	1,325934
32	-0,01389	0,036786	0,000977	-0,00342	0,056066	1,332495
33	-0,01383	0,036472	0,001175	-0,00473	0,058025	1,329491
34	-0,01416	0,037327	0,000751	-0,00234	0,054652	1,333773
35	-0,01388	0,036641	0,001071	-0,00408	0,057071	1,331549
36	-0,01356	0,036137	0,001284	-0,00462	0,057525	1,327337
37	-0,01428	0,036979	0,001092	-0,00423	0,057762	1,333793
38	-0,01392	0,036869	0,000936	-0,00314	0,055669	1,332836

Lampiran 14. Koefisien Parameter untuk setiap kab/kota di Jawa Timur
(Lanjutan)

Lokasi	Alfa0	Alfa1	Alfa2
1	0,009149	72,56239	10,45935
2	0,009209	72,56239	10,52088
3	0,009311	72,56238	10,54532
4	0,00939	72,56238	10,61054
5	0,009496	72,56239	10,65541
6	0,016348	72,56245	12,13301
7	0,00952	72,56238	10,57546
8	0,009469	72,56238	10,6479
9	0,00923	72,56238	10,4938
10	0,009183	72,56239	10,47236
11	0,009619	72,56238	10,56781
12	0,00938	72,56238	10,41654
13	0,009172	72,56239	10,47174
14	0,009253	72,56239	10,54536
15	0,009382	72,56238	10,41875
16	0,009467	72,56238	10,48626
17	0,016445	72,56244	12,11415
18	0,009453	72,56238	10,49464
19	0,00946	72,56238	10,63895
20	0,0095	72,56238	10,60938
21	0,009346	72,56238	10,43883
22	0,009482	72,56239	10,64398
23	0,009298	72,56238	10,55296
24	0,017259	72,56243	12,24154
25	0,009324	72,56238	10,46467
26	0,016094	72,56246	12,03927
27	0,009474	72,56238	10,60098
28	0,009208	72,56239	10,52114
29	0,009459	72,56238	10,48571
30	0,00923	72,56238	10,49348
31	0,009545	72,56238	10,63175
32	0,009338	72,56238	10,45401
33	0,00946	72,56238	10,47686
34	0,009194	72,56239	10,51109
35	0,009395	72,56238	10,43964
36	0,009405	72,56238	10,58955
37	0,00925	72,56238	10,47972
38	0,009313	72,56238	10,46417

Lampiran 15. Nilai Z Hitung untuk Pengujian Parsial untuk setiap kab/kota di
Jawa Timur

Lokasi	Beta10	Beta11	Beta12	Beta13	Beta14	Beta15	Beta20
1	61,5558	-28,4363	23,94805	-3,00475	-1,82017	24,95665	0,53603
2	59,14241	-27,9737	23,24171	-3,07735	-1,88743	23,93415	0,51554
3	61,59731	-26,2434	20,07256	-1,21964	-3,00069	19,6575	0,53335
4	58,43384	-25,9397	18,44722	-1,19367	-2,74141	19,13043	0,50672
5	59,38644	-27,6612	22,44371	-2,69047	-2,4894	21,75103	0,51842
6	53,92051	-25,775	19,35961	-1,21417	-3,72901	21,63282	0,48352
7	64,236	-26,8474	21,7734	-1,52674	-3,21478	20,41268	0,55747
8	58,35698	-26,4412	18,78904	-1,44892	-2,71224	20,30096	0,5068
9	65,07029	-28,7972	24,503	-1,74547	-3,0043	21,18713	0,56506
10	61,85652	-28,4199	23,90686	-2,96007	-1,86494	24,79851	0,53886
11	65,48434	-27,4542	22,77362	-2,27707	-3,28561	21,20278	0,56382
12	65,90062	-27,9413	23,23123	-1,89318	-3,12602	23,51745	0,57075
13	60,92338	-28,1245	23,57808	-2,88023	-1,94488	24,30072	0,53016
14	58,91176	-28,0027	23,31568	-3,12485	-1,89509	23,71398	0,51369
15	65,81386	-27,9449	22,94803	-1,886	-3,12426	23,43679	0,56995
16	65,80647	-27,5864	22,72497	-1,67351	-3,30347	21,83779	0,57044
17	53,60203	-25,8715	18,99789	-1,06613	-3,56139	21,7132	0,47893
18	65,69683	-27,6245	23,07641	-1,68072	-3,2592	21,57187	0,56972
19	58,1547	-26,4262	18,6806	-1,38624	-2,69476	20,08344	0,50487
20	62,83822	-26,8365	20,89497	-1,5114	-3,0877	20,34044	0,54537
21	65,68325	-28,17	23,79527	-2,21738	-2,72059	23,60876	0,56999
22	59,86422	-27,6281	22,35142	-2,67551	-2,5252	21,84025	0,52261
23	60,55166	-26,2209	19,40902	-1,19551	-2,89727	19,48231	0,52442
24	51,89501	-24,9175	17,41223	-0,8728	-3,09305	20,52583	0,45928
25	64,78743	-27,8654	24,04717	-2,40344	-2,43508	23,37565	0,5631
26	52,84808	-29,3265	24,18117	-2,51604	-3,75479	21,84167	0,47714
27	59,67243	-26,8009	20,65504	-1,90745	-3,08976	20,24749	0,5175
28	59,31281	-28,2777	23,53514	-3,09051	-1,85246	24,13113	0,51711
29	65,12985	-27,2892	22,37165	-1,63659	-3,31598	21,86059	0,56392
30	65,09558	-28,7978	24,48853	-1,73288	-3,0011	21,12117	0,5652
31	62,28435	-27,1713	21,97409	-1,99913	-3,10464	20,86164	0,54262
32	65,25416	-27,8533	23,89397	-2,29892	-2,58301	23,35472	0,56666
33	65,65604	-27,5945	22,66584	-1,63744	-3,33496	21,95876	0,56865
34	59,64342	-28,2611	23,50566	-3,14884	-1,82811	24,29671	0,51998
35	66,11271	-27,8958	23,27288	-1,93293	-3,03304	23,23102	0,57319
36	61,70845	-26,5113	20,3152	-1,38237	-2,98691	20,15586	0,53506
37	65,27351	-28,6661	24,72302	-1,8344	-2,92361	21,5164	0,56676
38	64,63823	-27,8776	23,82659	-2,45071	-2,37573	23,52367	0,56193

Lampiran 15. Nilai Z Hitung untuk Pengujian Parsial untuk setiap kab/kota di Jawa Timur (Lanjutan)

Lokasi	Beta21	Beta22	Beta23	Beta24	Beta25	Lamda0
1	-5,33697	14,71239	0,73015	-0,5811	8,44507	202,0375
2	-5,30369	14,13545	0,68183	-0,59948	8,10063	197,2248
3	-4,86584	13,21042	1,18354	-0,91202	6,83524	191,5267
4	-4,76237	12,26632	1,15433	-0,8479	6,70206	185,4717
5	-5,18963	13,63765	0,77749	-0,77867	7,36928	194,4927
6	-4,99338	11,44544	1,07972	-1,27952	7,13731	164,3028
7	-5,00924	14,19079	1,12909	-0,97122	7,05395	198,0051
8	-4,8511	12,24704	1,09925	-0,83956	7,09219	186,5705
9	-5,46499	15,68798	1,05729	-0,90433	7,26135	203,34
10	-5,33424	14,7617	0,7474	-0,59582	8,38941	202,2408
11	-5,20869	14,44366	1,01589	-0,89829	7,20521	201,5263
12	-5,23491	14,945	1,0383	-0,98958	8,06358	205,2241
13	-5,28608	14,51793	0,74748	-0,61769	8,24176	200,3975
14	-5,29258	14,03882	0,67103	-0,60422	8,0009	196,4868
15	-5,23458	14,94291	1,04179	-0,9905	8,0457	204,8943
16	-5,14948	14,89992	1,10423	-1,00494	7,49901	203,2755
17	-4,92309	11,31637	1,09112	-1,22194	7,20427	162,9477
18	-5,16574	14,97909	1,10018	-0,98816	7,4207	203,3023
19	-4,82186	12,23324	1,11159	-0,83425	7,0459	186,0632
20	-4,98756	13,63397	1,11663	-0,9416	7,03458	194,7198
21	-5,25936	15,24691	0,96169	-0,85015	8,0901	205,6358
22	-5,20057	13,72308	0,79866	-0,79061	7,39669	195,4191
23	-4,82575	12,85701	1,17824	-0,88871	6,80273	189,5841
24	-4,65024	10,81632	1,0243	-1,06473	6,97399	153,9069
25	-5,25114	15,22431	0,91255	-0,75164	8,00513	205,0202
26	-5,79742	12,95133	0,79138	-1,26712	6,96512	168,8472
27	-4,97859	13,32397	1,00552	-0,93155	6,96836	192,5188
28	-5,30726	14,14136	0,67598	-0,59116	8,13079	197,8217
29	-5,11452	14,5781	1,10543	-1,01724	7,51138	201,3933
30	-5,46487	15,6859	1,06076	-0,90645	7,24695	203,3387
31	-5,1322	13,95169	0,98263	-0,94609	7,11609	197,6057
32	-5,26309	15,2638	0,93978	-0,79732	8,00943	205,3151
33	-5,14278	14,7661	1,10878	-1,02321	7,56521	202,6663
34	-5,32477	14,24685	0,68239	-0,58597	8,20605	198,4782
35	-5,23618	15,14097	1,02995	-0,94711	7,95971	205,4859
36	-4,93056	13,2369	1,13658	-0,91107	7,00669	192,3676
37	-5,42951	15,66922	1,03962	-0,87995	7,39585	204,2563
38	-5,2746	15,23506	0,89988	-0,73767	8,05629	205,0517

Lampiran 15. Nilai Z Hitung untuk Pengujian Parsial untuk setiap kab/kota di Jawa Timur (Lanjutan)

Lokasi	Alfa0	Alfa1	Alfa2
1	27,7256	319,8413	94,01663
2	27,08509	314,8043	92,5726
3	27,38542	306,3255	90,6656
4	26,82948	298,1076	88,61318
5	27,92997	311,1461	93,10911
6	27,70832	297,4968	76,36587
7	28,84793	313,3632	94,20505
8	27,0557	298,8443	89,67411
9	27,96872	319,2221	95,3202
10	27,82812	319,9964	94,31162
11	29,14743	320,4486	95,51527
12	28,42459	323,1745	95,49446
13	27,79543	318,0329	93,43098
14	27,21346	313,8783	92,51124
15	28,42977	322,9157	95,40977
16	28,68672	320,3213	95,54676
17	27,40823	295,4016	75,794
18	28,64687	320,0387	95,57093
19	27,0279	298,1076	89,26044
20	27,9404	309,1708	93,03211
21	28,32096	323,5781	95,91868
22	28,73249	312,1366	93,42564
23	27,34572	303,8498	89,82009
24	27,83683	284,1462	73,16245
25	28,25593	322,6572	95,83035
26	27,27716	306,119	77,52267
27	27,86489	308,3038	91,75952
28	27,0838	315,1872	92,7381
29	28,66308	318,3119	94,71334
30	27,96924	319,18	95,30865
31	28,92389	313,8511	94,47928
32	28,29805	323,0451	95,89079
33	28,66642	319,7707	95,19227
34	27,03981	315,997	92,96092
35	28,46831	323,2897	95,91727
36	27,66203	306,4807	91,57338
37	28,02917	320,5194	95,57432
38	28,22236	322,6285	95,77312

Lampiran 16. Nilai SSE, MSE dan RMSE untuk BGPR dan GWBGPR

BGPR				GWBGPR			
$Y_1 - \hat{Y}_1$	$Y_2 - \hat{Y}_2$	$(Y_1 - \hat{Y}_1)^2$	$(Y_2 - \hat{Y}_2)^2$	$Y_1 - \hat{Y}_1$	$Y_2 - \hat{Y}_2$	$(Y_1 - \hat{Y}_1)^2$	$(Y_2 - \hat{Y}_2)^2$
-106,821	-8,172	11410,733	66,775	-106,957	-8,261	11439,697	68,250
19,552	-3,183	382,283	10,129	19,911	-3,260	396,436	10,631
-82,158	-6,377	6750,012	40,662	-85,151	-6,738	7250,643	45,400
-33,508	1,436	1122,763	2,061	-33,850	1,350	1145,802	1,823
88,716	1,227	7870,573	1,506	87,162	1,019	7597,214	1,039
82,071	17,709	6735,577	313,625	89,680	18,985	8042,468	360,435
50,591	20,842	2559,420	434,404	49,368	20,612	2437,191	424,849
87,706	4,125	7692,297	17,016	86,363	3,862	7458,522	14,914
236,435	20,537	55901,312	421,777	236,206	20,508	55793,134	420,583
33,010	16,927	1089,647	286,529	32,700	16,848	1069,258	283,857
-14,463	-0,257	209,188	0,066	-13,712	-0,322	188,023	0,104
-41,952	2,552	1759,934	6,514	-40,579	2,717	1646,646	7,380
23,706	-4,555	561,998	20,751	24,154	-4,544	583,399	20,650
27,870	9,203	776,712	84,686	26,833	9,074	719,994	82,346
232,241	16,581	53935,890	274,933	231,842	16,492	53750,937	271,977
7,570	11,339	57,304	128,565	6,075	11,217	36,904	125,814
139,104	3,623	19349,962	13,124	148,336	4,833	22003,707	23,360
224,311	11,294	50315,283	127,560	221,425	11,049	49029,184	122,072
-63,015	-6,481	3970,917	41,999	-63,201	-6,577	3994,386	43,256
-61,020	-10,819	3723,433	117,047	-61,963	-11,013	3839,436	121,294
-79,162	-7,742	6266,582	59,942	-79,943	-7,889	6390,803	62,241
69,152	1,864	4782,044	3,476	68,528	1,750	4696,138	3,063
1,076	-7,882	1,157	62,126	1,932	-7,890	3,734	62,253
-18,206	4,535	331,471	20,571	-10,654	5,751	113,515	33,079
-24,263	9,987	588,716	99,735	-24,621	9,908	606,171	98,164
5,990	-0,223	35,884	0,050	14,247	0,800	202,990	0,640
78,229	5,175	6119,763	26,778	79,182	5,209	6269,772	27,136
-110,664	-5,718	12246,534	32,701	-112,119	-5,850	12570,581	34,218
-109,137	-7,657	11910,821	58,629	-107,735	-7,542	11606,741	56,877
-52,417	-4,418	2747,592	19,514	-53,085	-4,527	2818,013	20,498
-72,542	-6,355	5262,318	40,381	-71,603	-6,379	5126,937	40,697
71,649	1,401	5133,515	1,964	72,532	1,402	5260,831	1,964
-57,787	-7,036	3339,339	49,500	-56,925	-7,016	3240,493	49,228
-45,672	-4,120	2085,893	16,978	-44,368	-4,145	1968,534	17,184
-67,612	-9,797	4571,428	95,977	-67,894	-9,872	4609,570	97,457
-73,250	-11,058	5365,582	122,279	-72,066	-11,053	5193,472	122,179
121,864	30,944	14850,922	957,554	121,975	30,848	14877,968	951,606
-99,756	-13,659	9951,323	186,574	-99,736	-13,719	9947,308	188,221
SSE		331766,1226	4264,4579	SSE		333926,5536	4316,7383
MSE		8730,6874	112,2226	MSE		8787,5409	113,5984
RMSE		93,4381	10,5935	RMSE		93,7419	10,6583

Lampiran 17. Scatterplot Variabel Respon dengan Variabel Prediktor

